

УДК 621.327

DOI: 10.31673/2412-9070.2021.060310

Л. Н. БЕРКМАН, доктор техн. наук, професор;  
 Н. В. РУДЕНКО, канд. техн. наук;  
 Л. В. ДАКОВА, канд. техн. наук;  
 С. Ю. ДАКОВ, канд. техн. наук;  
 Н. В. БЛАЖЕННИЙ, ст. викладач;  
 Державний університет телекомунікацій, Київ

## ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ КЕРУВАННЯ ТРАНСПОРТНИМИ МЕРЕЖАМИ

*Наведено результати досліджень математичної моделі механізму тунелювання Multiprotocol Label Switching, яка є мережею масового обслуговування з послідовними чергами. Розглянуто математичну модель механізму тунелювання в мережі багатопроTOCOLЬНОЇ комутації за позначками. Досліджено ефекти фрагментації і зчеплення в пачки пакетів, переданих у тунелі мережі MPLS.*

*Доведено, що пакет, котрий належить пачці номер  $k$ , на виході довільного вузла  $n$ ,  $n \geq 2$ , має час обслуговування менший або такий, що дорівнює часу обслуговування першого пакета цієї пачки, а також, що будь-яка пачка на виході вузла  $n = 2$  і всіх наступних вузлів зберігається, тобто всі пакети в ній залишаються жорстко прив'язаними один до одного.*

*Знайдено необхідну і достатню умову зчеплення у вузлі  $n$  пачок із номерами  $k$  і  $k + 1$ , що вийшли окремо з вузла  $n - 1$ . Це покидання першого пакета пачки  $k + 1$  вузла  $n - 1$  до того, як пачка  $k$  закінчить обслуговуватися вузлом  $n$  протягом інтервалу, що не перевищує часу обслуговування першого пакета попередньої пачки  $t(1)$ .*

*Проаналізовано довжину пачки  $k$  у другому вузлі ( $n = 2$ ), для якої не вдається знайти точну формулу, але доведено, що вона міститься в діапазоні від  $1$  до  $1 + 2\rho/(1 - \rho)$ . Отримано апроксимаційну формулу для середньої довжини пачки  $k$  у довільному вузлі  $n$ , виражену кількістю пакетів  $K_n$ . Також обчислено функцію розподілу загального часу перебування пакета в тунелі з  $N$  вузлів.*

*Подальші дослідження необхідно спрямувати на розроблення методики, яка має брати до уваги скорочення часу обслуговування й усунення пошкоджень.*

**Ключові слова:** мережі; протоколи; тунелювання; позначки; математична модель; методика.

### Вступ

Математична модель механізму тунелювання Multiprotocol Label Switching (MPLS) — це мережа масового обслуговування з послідовними чергами. MPLS-мережа є масштабованою (тобто можна відносно легко змінювати її дизайн) та протокол-незалежною, тобто її можна використовувати як транспорт для різноманітних IT-протоколів. У MPLS-мережі пакетам даних присвоюють спеціальні позначки. Рішення щодо маршрутизації пакетів даних приймаються виключно на основі значення позначки без заглиблення у зміст самого пакета. Наприклад, якщо MPLS-мережа використовується для передавання IP-пакетів, то немає потреби для маршрутизаторів зазірати в IP-пакет та аналізувати IP-адресу отримувача.

Імовірно-часові характеристики часу очікування в системах із послідовними чергами вивчались у працях Боксми, Конхейма, Рейзера, Фіча, Вейларда, Ле Галля та ін. Поряд із намаганням проведення точного аналізу деяких приватних випадків дослідники використовували різноманітні апроксимаційні моделі.

Основною перевагою для клієнтів MPLS-мережі є відсутність потреби в підлаштуванні під конкретні технології фізичного і каналного рівнів OSI моделі мережі IT-провайдера, наприклад SDH, ATM, Frame Relay, Metro Ethernet[en]. Дру-

гою перевагою є можливість передавати по MPLS-мережі різні типи трафіку.

У цій статті буде досліджено механізм тунелювання MPLS на основі базової моделі масового обслуговування з послідовними чергами, оскільки мережні технології, методи організації викликів, побудова транспортної мережі, мережні протоколи, склад трафіку тощо серйозно змінилися за останні роки.

### Основна частина

У процесі використання механізму тунелювання багатопроTOCOLЬНОЇ комутації за позначками IP-пакети переміщуються від одного вузла до іншого за заздалегідь визначеним маршрутом-тунелем, проходячи через кілька послідовних вузлів, причому керування проходженням пакетів мережею відбувається на основі позначки тунелів через проміжні вузли. Отже, для пакетів з однаковими тетами, які перетинають мережу MPLS всередині одного і того самого тунелю, мережа поводить себе як ланцюжок послідовних черг, зображених на рис. 1.

Проведемо дослідження випадку, коли вхідний потік має пуассонівський розподіл. Час обслуговування пакетів (що йдуть один за одним без пауз пакетів) залежить від їх довжини (кількості пакетів у пачці).

Середній час обслуговування одного пакета береться за одиницю часу.

Оцінюваними параметрами є середній час обслуговування без перерви (період зайнятості) і середній час очікування пакета на  $n$ -м вузлі.

Обслуговувані за період зайнятості (тобто неперервно, без звільнення вузла-маршрутизатора) пакети об'єднуються в групу на виході вузла і називаються пачкою.

Середня довжина такої пачки, що залежить від кількості пакетів, і визначає середню тривалість неперервного обслуговування.

На вхід граничного вузла 1 надходить пуассонівський потік пакетів з інтенсивністю  $\lambda$  вхідного потоку і середнім часом обслуговування  $1/\mu$ .

Згідно з [1; 2] вихідний потік заявок у системі  $M/M/m$  в стаціонарних умовах (при  $\rho = \lambda/(\mu m) < 1$ ) є також пуассонівським з тією самою інтенсивністю  $\lambda$ . Тобто

$$p_{\hat{a}} = p_n = \frac{y^n/n!}{\sum_{j=0}^n y^j/j!}, \quad (1)$$

де  $p_n$  — імовірність заняття всіх  $n$  обслуговувальних приладів;  $p_{\hat{a}}$  — імовірність втрат за викликами;  $y$  — інтенсивність надходження навантаження;  $n$  — кількість обслуговувальних приладів.

Але в разі послідовно з'єднаних черг ми не можемо досліджувати кожен вузол незалежно від інших. Якщо ми розглядаємо два наступних один за другим пакета на вузлі  $n$  ( $N \geq 2$ ), інтервал часу між надходженням цих двох пакетів залежить від часів їх надходження і обслуговування на попередніх вузлах [2; 4]. Пакети, згруповані в пачку на

вузлі  $n$  ( $n \geq 2$ ), залишаються згрупованими і на наступних вузлах  $n + 1, n + 2 \dots$ .

Проаналізуємо ймовірнісно-часові характеристики обслуговування пакетів у довільному  $n$ -м вузлі, де  $n > 2$ .

Специфічна поведінка першого вузла ( $n = 1$ ) очевидна і пов'язана з тим, що пакети надходять безпосередньо, не проходячи через будь-який вузол.

Особливість режиму роботи другого вузла ( $n = 2$ ) досліджена в статтях [5–7], де показано, що цей вузол може розглядатися як реальне джерело пачок пакетів. Це саме явище досліджено в працях [8–10], чий підхід близький до формулювання низки тверджень, які вивчаються. Складність поведінки пакетів у ньому зумовлена двома явищами: зчепленням пачок, що виходять від першого вузла, і фрагментацією цих самих пачок.

Явище зчеплення належить не тільки до другого, а і до будь-якого не першого вузла  $n$  ( $n \neq 1$ ) і пов'язане з тим, що перший пакет  $k$ -ї пачки надганяє на цьому вузлі останній пакет  $(k - 1)$ -ї пачки, і обидві пачки —  $k$ -та і  $(k - 1)$ -та — відповідним чином зчеплюються, як це зображено на рис. 2,а.

Явище фрагментації (рис. 2,б) чи не настільки очевидне і спостерігається тільки в другому вузлі, але теж цілком наочне.

Припустимо, що в першому вузлі обслуговується пакет номер  $j$  з пачки  $k$ , і в цей момент на той самий перший вузол надходить наступний пакет із номером  $j + 1$ , час обслуговування якого перевищує час обслуговування пакета  $j$ . Нехай на наступному другому вузлі в цей момент немає черги, і пакет  $j$  обслуговується, як тільки він надходить на вузол 2, пакети  $j + 1$  і  $j$  починають обслугову-

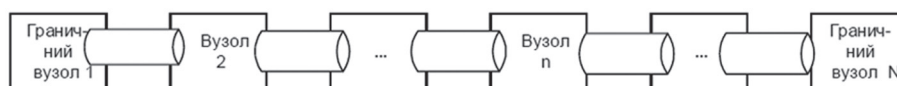
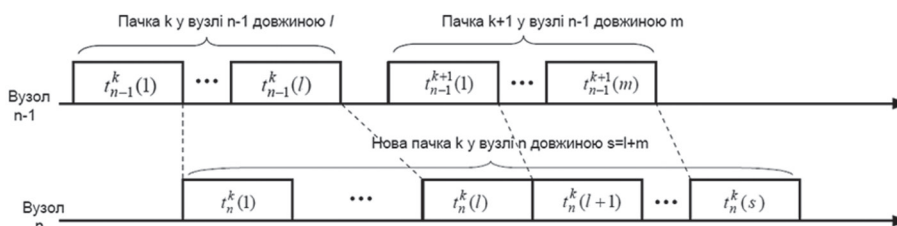
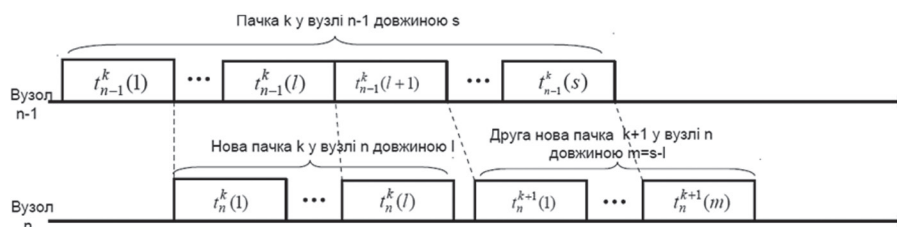


Рис. 1. Модель послідовних черг у тунелі MPLS



а



б

Рис. 2. Зчеплення пачок  $k - 1$  та  $k$  у вузлі  $n$  (а) і фрагментація пачки  $k$  у вузлі  $n$  (б)

ватися одночасно на вузлах відповідно 1 і 2. Коли пакет  $j$  залишає вузол 2, пакет  $j + 1$  все ще продовжує оброблятися на вузлі 1, оскільки час його обслуговування довший.

Для подальшого дослідження ймовірісно-часових характеристик у всіх  $n$ -х вузлах проаналізуємо твердження, що характеризують розглянутий раніше механізм тунелювання в MPLS. Усі твердження мають ясну фізичну інтерпретацію.

Для поданої моделі тунелювання MPLS будь-який пакет, що належить пачці номер  $k$  на виході вузла  $n$  при  $n \geq 2$ , має час обслуговування, менший або такий, що дорівнює часу обслуговування першого пакета цієї пачки.

Розглянемо пачку  $k$ , сформовану на виході вузла  $n$ , де  $n \geq 2$ .

Якщо ця пачка складається з єдиного пакета, то твердження доводиться автоматично. В іншому разі розглянемо пакет номер  $j$  з цієї пачки, час обслуговування якого на вузлі  $n$  позначимо через  $t(j)$ .

На рис. 3 зазначено такі моменти часу:  $T1_{n-1}^k$  — час, коли перший пакет пачки  $k$  починає обслуговуватися вузлом  $n - 1$ , а  $T1_n^k$  — час, коли перший пакет пачки  $k$  починає обслуговуватися вузлом  $n$ ; часи завершення обслуговування пакета номер  $j - 1$  з пачки  $k$  вузлами  $n - 1$ ,  $n$  і  $n + 1$  позначимо відповідно  $T2_{n-1}^k$ ,  $T2_n^k$  і  $T2_{n+1}^k$ , а моменти завершення обслуговування останніх пакетів пачки  $k$  вузлами  $n - 1$  і  $n$  через відповідно  $T3_{n-1}^k$  і  $T3_n^k$ .

Стосовно вузла  $n$  з рис. 2 покажемо, що:

$$T2_{n-1}^k + t_n^k(j - 1) \leq T2_n^k; \quad (2)$$

Щодо вузла  $n - 1$  (див. рис. 2), покажемо, що

$$T1_{n-1}^k + \sum_{i=1}^{j-1} t_n^k(i) \leq T2_{n-1}^k. \quad (3)$$

Перший пакет  $k$ -ї пачки обслуговується, тільки-но він надходить на вузол  $n$ , а час обслуговування одного і того самого пакета на різних вузлах однакові. Тоді ми маємо:

$$T_{n-1}^k + t_{n-1}^k(1) + \sum_{i=1}^{j-1} t_n^k(i) = T2_n^k. \quad (4)$$

З рівнянь (2) – (4) дістаємо такий вираз:

$$T2_n^k - T2_{n-1}^k \leq t_{n-1}^k(1) = t_n^k.$$

Для поданої моделі тунелювання MPLS будь-яка пачка на виході вузла  $n = 2$  і всіх подальших вузлів зберігається, тобто всі пакети в ній залишаються жорстко прив'язаними один до одного.

Покажемо, що пачка номер  $k$  на виході вузла  $n$  ( $n \geq 2$ ) зберігається на виході всіх наступних вузлів, для чого покажемо, що вона зберігається на виході вузла  $n + 1$ .

Якщо ця пачка складається з одного-єдиного пакета, то дане твердження доведено.

Якщо ж у пачці номер  $k$  є кілька пакетів, розглянемо пакет номер  $j$  з цієї пачки  $k$  на виході вузла  $n$  і припустимо, що, починаючи з цього пакета, пачка  $k$  фрагментується на вузлі  $n + 1$ . Тобто проведемо доказ від протилежного.

$T1_n^k$  означає момент часу, коли перший пакет з пачки  $k$  починає обслуговуватися вузлом  $n$ , а час,

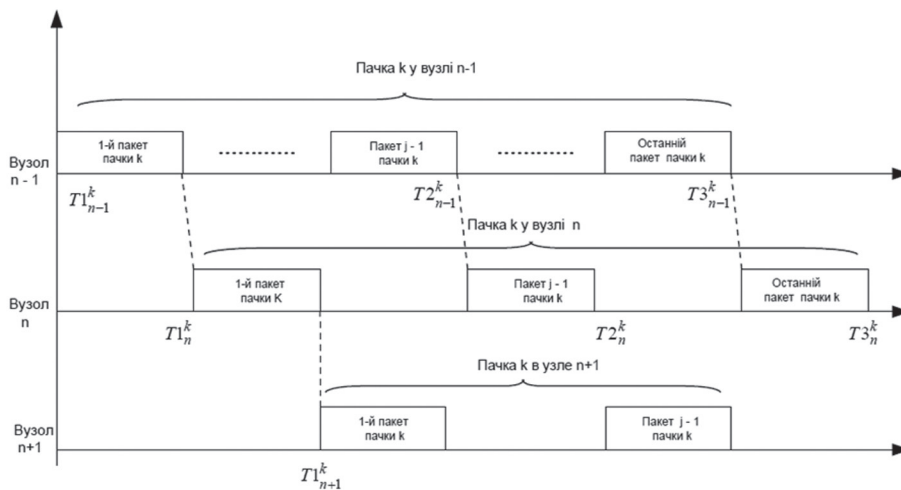


Рис. 3. Час обслуговування пакетів у пачках

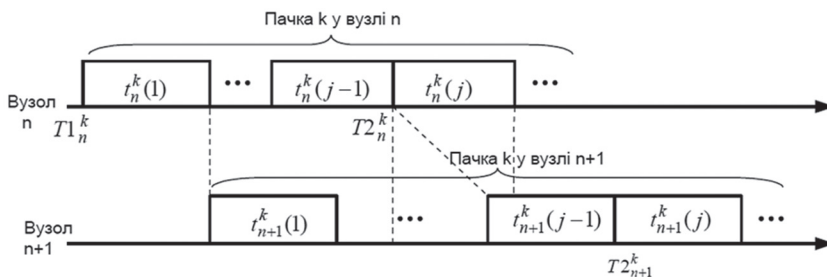


Рис. 4. Фрагментація пачки  $k$  у вузлі  $n$  ( $n > 2$ )

коли пакет  $j - 1$  з тієї самої пачки  $k$  закінчує обслуговуватися вузлами  $n$  і  $n + 1$ , позначеними відповідно через  $T2_n^k$  і  $T2_{n+1}^k$  (рис. 4). Очевидно, що

$$t_n^k(j - 1) \leq T2_{n+1}^k - T2_n^k.$$

Перші  $j - 1$  пакетів із пачки  $k$  групуються на виході вузла  $n$ , а отже, на вузлі  $n$ :

$$T1_n^k \sum_{i=1}^{j-1} t_n^k(i) = T2_n^k. \quad (5)$$

Перший пакет з пачки  $k$  на виході вузла  $n$  не обов'язково обслуговується, як тільки він надходить на вузол  $n + 1$ . Деякі з пакетів, що передують йому, можуть перебувати в черзі на обслуговування або у вузлі  $n + 1$ , що відбувається під час зчеплення пачок. У будь-якому разі на вузлі  $n + 1$  ми маємо:

$$T1_n^k + t_{n+1}^k(1) + \sum_{i=1}^{j-1} t_n^k(i) \leq T2_{n+1}^k. \quad (6)$$

З огляду на той факт, що часи обслуговування на всіх вузлах однакові,

$$t_{n+1}^k(1) = t_n^k(1),$$

з (5) і (6) випливає така нерівність:

$$T2_{n+1}^k - T2_n^k \geq t_n^k(1). \quad (7)$$

Нагадаємо, що  $T2_n^k$  — це не тільки момент часу завершення обслуговування пакета  $j - 1$  із пачки  $k$  у вузлі  $n$ , а й також час початку обслуговування  $j$ -го пакета з цієї пачки  $k$  у вузлі  $n$  — пакета, починаючи з якого (як ми тимчасово припустили) розглядувана пачка буде фрагментуватися у вузлі  $n + 1$ , інакше кажучи, цей пакет залишає вузол  $n$  після моменту часу  $T2_{n+1}^k$ .

Таким чином,

$$t_n^k(j) > T2_{n+1}^k - T2_n^k$$

і, отже,

$$(j) > t_n^k(1), \quad (8)$$

тобто час обслуговування першого пакета пачки менший за час обслуговування  $j$ -го пакета з цієї самої пачки  $k$  на виході цього самого вузла  $n$ , що неможливо.

Отже, припущення, що пачка фрагментується на вузлі  $n + 1$ , є хибним; ця пачка, навпаки, зберігається цілою на виході вузла  $n + 1$ , що і доведено.

Ідеться про довільний номер вузла  $n \neq 1$ . Між першим і другим вузлами така фрагментація якраз цілком можлива. Точніше кажучи, якщо фрагментація пачки в принципі можлива, то вона відбудеться на початку тунелю, до виходу пачки з вузла 2 і її подальшого проходження.

Зчеплення пачок  $k$  і  $k + 1$  із вузла  $n - 1$  у вузлі  $n$  для розглядуваної моделі тунелювання MPLS можливо тоді і тільки тоді, коли перший пакет пачки  $k + 1$  залишає вузол  $n - 1$  до того, як пачка  $k$  закінчить обслуговуватися вузлом  $n$  протягом інтервалу, що не перевищує часу обслуговування першого пакета попередньої пачки  $t(1)$ .

Це твердження також означає, що час обслуговування першого пакета попередньої пачки стро-

го більший за час обслуговування першого пакета наступної пачки — властивість, яку з фізичного погляду цілком зрозуміло, інакше пачка  $k + 1$  взагалі ніколи не змогла б наздогнати пачку  $k$ .

Розглянемо пачку  $k$  у вузлі  $n - 1$ , сформовану з тієї самої пачки  $k$  вузла  $n - 2$ , а також, можливо, з пачок  $k + 1$ ,  $k + 2$  і т.д. (усього  $z$  пачок) вузла  $n - 2$ , які зачіплюються з нею на вузлі  $n - 1$  ( $n \geq 3$ ).

Припускаємо, що пачка  $k$  з вузла  $n - 1$  не «наздогнала» на вузлі  $n$  пачку  $k - 1$  з вузла  $n - 1$ .

Нехай  $k'$  — номер пачки, утвореної пачкою  $k$  з  $n - 1$  і будь-якими зчепленими з нею пачками на вузлі  $n$ . Отже, першим пакетом пачки  $k'$  у вузлі  $n$  є перший пакет пачки  $k$  з вузла  $n - 1$ , і цей пакет обслуговується, як тільки він надходить на вузол  $n$ .

Позначення  $k'$  уведено тільки для того, щоб підкреслити зміну нумерації пачок від вузла до вузла, тобто  $k' \neq k$ , що відображено на рис. 2. Ця зміна може відбуватися в будь-якому вузлі і завжди підкреслюється якщо не різницею в позначеннях  $k$ , як тут, то безпосередньо по тексту зазначено «пачка  $k$  вузла  $n$ ».

Визначимо умови, потрібні для того, аби пачка  $k + 1$  з вузла  $n - 1$  наздогнала на вузлі  $n$  пачку  $k$  з того самого вузла  $n - 1$ . Для цього використовуємо твердження про те, що будь-яка пачка на вузлі  $n$  ( $n \geq 2$ ) зберігається на виході всіх наступних вузлів, і всі пакети в ній залишаються жорстко прив'язаними один до одного.

У вузлі  $n - 1$  є група з  $z + 1$  пачок (пачка  $k$  з вузла  $n - 2$  плюс  $z$  пачок), які потім утворюють пачку  $k$  у вузлі  $n - 1$ . При даному доказі перша досліджувана пачка з номером  $k$  на виході вузла  $n - 1$  і пачка з номером  $k'$  на виході вузла  $n$ , де  $k' \leq k$  внаслідок можливого зчеплення попередніх пачок на вузлі  $n$ .

Ідеться про дві явно окремі пачки у вузлі  $n - 1$  незалежно від їх майбутнього можливого зчеплення у вузлі  $n$ . Це означає, що перший пакет пачки  $k + 1$  з  $n - 1$  обов'язково йде з вузла  $n - 1$  через якийсь ненульовий час після того, як останній пакет пачки  $k$  вузла  $n - 1$  закінчив обслуговуватися вузлом  $n - 1$ .

Через  $T1_n^k$  позначено момент часу, коли перший пакет пачки  $k$  починає обслуговуватися вузлом  $n$ , а через  $T3_n^k$  — момент завершення обслуговування останнього пакета пачки  $k$  вузлом  $n$ .

У математичній формі це співвідношення можна записати в такий спосіб:

$$T1_{n-1}^{k+1} > T3_{n-1}^k.$$

Умову зчеплення пачок зумовлено тим фактом, що перший пакет пачки  $k + 1$  залишає вузол  $n - 1$  до того, як вузол  $n$  закінчить обслуговувати пачку  $k$  з вузла  $n - 1$ , тобто

$$T1_{n-1}^{k+1} + t_{n-1}^{k+1}(1) \leq T3_{n-1}^k + \Delta, \quad (9)$$

де  $T3_{n-1}^k + \Delta$  — час, коли останній пакет пачки  $k$  залишає вузол  $n - 1$ ,  $\Delta = t_{n-1}^k(1)$ .

Оскільки час обслуговування тих самих пакетів зберігається незмінним на різних вузлах, то у вузлі  $n - 1$

$$\sum_{i=1}^K t_{n-1}^k(i) + T1_{n-1}^k = T3_{n-1}^k, \quad (10)$$

а у вузлі  $n$

$$\sum_{i=1}^K t_{n-1}^k(i) + T1_n^m = T3_{n-1}^k + \Delta. \quad (11)$$

Крім того:

$$T1_{n-1}^k + t_{n-1}^k(1) = T1_n^k, \quad (12)$$

оскільки пачка  $k$  з вузла  $n - 1$  не «наздогнала» пачку  $k - 1$  з того самого вузла  $n - 1$  під час їх прибуття на вузол  $n$ , і, відповідно,

$$t_{n-1}^k(1) = t_n^k(1), \quad (13)$$

оскільки перший пакет пачки  $k$  у вузлі  $n$  є також першим пакетом пачки  $k$  у вузлі  $n - 1$ .

Віднімаючи (10) з (11), дістаємо

$$T1_n^k - T1_{n-1}^k = \Delta.$$

І, нарешті, з рівнянь (12) і (13) маємо:

$$\Delta = t_{n-1}^k(1), \quad (14)$$

де значення  $\Delta$  є часом обслуговування першого пакета пачки  $k$  у вузлі  $n - 1$ .

Отже, необхідні шукані умови зчеплення пачок описуються такими нерівностями:

$$T3_{n-1}^k < T1_{n-1}^{k+1}$$

та

$$T3_{n-1}^k \geq T1_{n-1}^{k+1} + [t_{n-1}^{k+1}(1) - t_{n-1}^k(1)].$$

З цих двох нерівностей випливає і третя:

$$t_{n-1}^{k+1}(1) < t_{n-1}^k(1), \quad (15)$$

яка означає, що в умовах твердження 3 час обслуговування першого пакета пачки, що прикріплюється до попередньої пачки, має бути меншим, ніж час обслуговування першого пакета, що йде попереду пачки.

Таке твердження є ключовим для розгляду моделі тунелювання MPLS, на підставі якого можливо обчислити довжину пачки (і, відповідно, період неперервного обслуговування) в довільному вузлі  $n$  мережі MPLS.

Доведені твердження фактично описують ефекти зчеплення і фрагментації пакетів у тунелі MPLS і дають змогу визначити розмір пачки в схемі тунелювання для довільного вузла мережі MPLS. Сформулюємо це у вигляді наступних тверджень.

Для поданої моделі тунелювання MPLS середня довжина пачки  $k$  вузла  $n$  ( $n > 2$ ), виражена кількістю пакетів  $K_n$ , визначається через середню довжину пачки у вузлі  $n - 1$  у такий спосіб:

$$K_n = K_{n-1} + \frac{\rho}{1-\rho}. \quad (16)$$

Логіка при формулювання цього твердження для найпростішої системи типу  $M/M/1$ , яка відповідає першому вузлу системи і для якої середня кількість пакетів  $K_1$ , оброблюваних без переривання на першому вузлі, визначається згідно з [11; 12]:

$$K_1 = 1 + \frac{\rho}{1-\rho}. \quad (17)$$

Отже, на кожному вузлі, починаючи з третього, середня кількість додаткових пакетів, що групуються на цьому вузлі, дорівнює  $\frac{\rho}{1-\rho}$ , і саме на цю величину в середньому різниться кількість  $K_n$  і  $K_{n-1}$ . Звідси справедливо і твердження, що для моделі тунелювання MPLS середня довжина пачки  $k$  у вузлі  $n$  ( $n > 2$ ), виражена кількістю пакетів  $K_n$ , дорівнює

$$K_n = K_2 + (n - 2) \frac{\rho}{1-\rho}. \quad (18)$$

Доведення цього твердження здійснюється простим підсумовуванням виразу (16).

Для  $n = 1$  час обслуговування визначається за допомогою відомого результату (17), а для всіх інших вузлів, починаючи з третього ( $n > 2$ ), ця величина розраховується за формулою (18). Що ж до другого вузла  $n = 2$  зазначимо, що тут застосовуються апроксимаційні методи.

Складна ситуація на вузлі 2 не дає змоги дістати точну аналітичну формулу для  $n = 2$ . Результат для  $n = 2$  здобуто в роботах [13–15] і є чисельним алгоритмом, який практично неможливо використовувати для тунелю моделі IP/MPLS зі скільки-небудь великою кількістю вузлів  $N$ . Тому доцільно знайти апроксимацію для цього вузла 2, а разом і для довільного вузла  $n$ . У зв'язку з чим доведемо наступне твердження.

Для зображеної на рис. 2 моделі тунелювання MPLS середня довжина пачки  $k$  у другому вузлі ( $n = 2$ ), виражена кількістю пакетів  $K_2$ , перебуває в діапазоні від 1 до  $1 + 2 \frac{\rho}{1-\rho}$  і приблизно дорівнює  $K_2 \approx K_1 = 1 + \frac{\rho}{1-\rho}$ .

Нагадаємо, що проблема на вузлі 2 полягає в тому, що пачки в цьому вузлі і фрагментуються, і зачіплюються [16–18], що і відрізняє вузол 2 від подальших, де пачки тільки зачіплюються. Перше найпростіше припущення зводиться до того, що ці два протилежних явища зумовлюють збереження середньої довжини пачки між вузлами 1 і 2, тобто

$$K_2 \approx K_1 = 1 + \frac{\rho}{1-\rho}. \quad (19)$$

Зрозуміло, що ступінь вірогідності (19) залежить передусім від завантаження  $\rho$ . Під час дуже низького навантаження  $\rho$  фрагментації практично не відбуваються, і для вузла 2 може застосовуватися формула (16), тобто при малих  $\rho$

$$K_2 \approx 1 + 2 \frac{\rho}{1-\rho}. \quad (20)$$

У цьому разі ми дістаємо підвищене значення  $K_2$ , оскільки фрагментація вочевидь зменшує середню довжину пачки на вузлі 2 [19; 20]. Інша межа відповідає максимальній фрагментації, тобто  $K_2 \rightarrow 1$ . Отже, значення  $K_2$  перебуває в діапазоні від 1 до  $1 + 2 \frac{\rho}{1-\rho}$ , а наближення (19) дає

проміжне між цими двома кордонами значення, що доводить дане твердження.

Підставивши це наближення в формулу (18), здобудемо для будь-яких  $n$  таке твердження.

Для розглядуваної моделі тунелювання MPLS середня довжина пачки  $k$  в довільному вузлі  $n$ , виражена кількістю  $K_n$ , приблизно дорівнює

$$\begin{cases} 1 + \frac{\rho}{1-\rho}, & \text{при } n = 1; \\ K_n \approx 1 + (n-1) \frac{\rho}{1-\rho}, & \text{при } n \geq 2, \end{cases} \quad (21)$$

де вираз для першого вузла, тобто  $n = 1$ , визначається результатом (17).

Для великих навантажень (під час завантаження  $\rho$ , близькому до 1) підставимо наближення (20) у формулу (18) і дістанемо формулу для будь-яких  $n$  при великих  $\rho$ :

$$K_n \approx 1 + n \frac{\rho}{1-\rho}. \quad (22)$$

Здобуті вирази фактично визначають період зайнятості тунелю MPLS. Оскільки час обслуговування одного пакета було взято за 1, то кількість пакетів  $K_n$  у пачці  $k$  у вузлі  $n$  і є періодом зайнятості у вузлі  $n$ .

Скористаємося отриманими аналітичними результатами і здійснимо їх чисельний аналіз.

Графіки на рис. 5 побудовано за формулою (21) для чотирьох значень навантаження  $\rho = 0,2; 0,4; 0,6$  і  $0,8$ . Залежно від навантаження середня довжина пачки зростає зі збільшенням номера вузла, починаючи з вузла 1. Це зростання лінійне, але тільки починаючи з вузла 3. Слід зазначити, що збільшення середньої довжини пачки є несуттєвим між вузлами 1 і 3, оскільки на вузлі 2 явище зчеплення пачок (від вузла 1) доповнюється явищем фрагментації пачок. Отже, явищем фрагментації, що належать до цього конкретного вузла, не можна нехтувати.

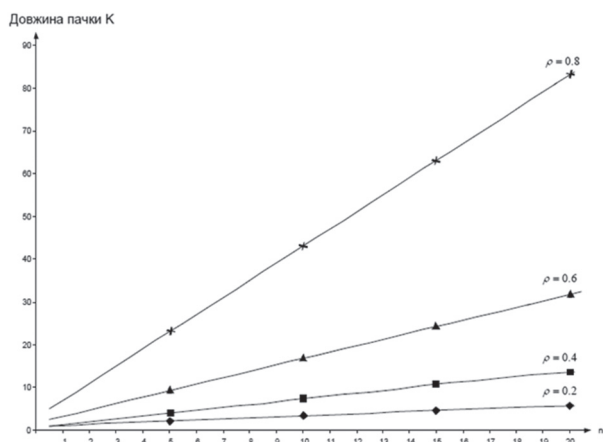


Рис. 5. Залежність середньої довжини пачки  $K$  від номера вузла  $n$

Таким чином, зі збільшенням навантаження  $\rho$  і для великої кількості вузлів у тунелі  $n$  ці періоди

можуть бути досить тривалими і, отже, можуть істотно впливати на характеристики переданого трафіку і на спосіб керування ним у MPLS-мережах (рис. 6). Особливо це важливо щодо потоків трафіку реального часу у вузлах, а також розмірів буферів схеми усунення тремтіння на виході з мережі.

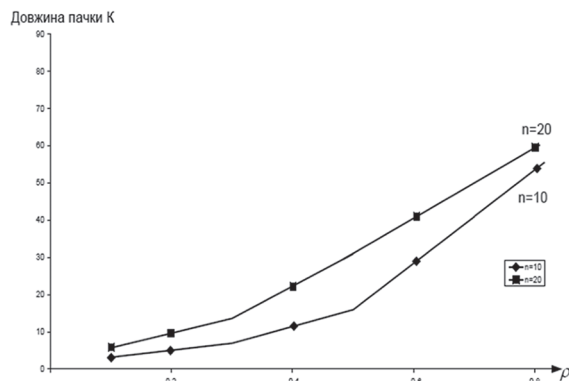


Рис. 6. Залежність середньої довжини пачки  $K$  у вузлі  $n$  від навантаження  $\rho$

На графіках (див. рис. 5 та 6) подано результати моделювання на моделі TUNEL\_MPLS, зіставлення з результатами моделювання показує, що теоретична формула (11), яку ми використовували, дає доволі задовільний результат у всьому діапазоні  $n$  і для різних значень  $\rho$ . Певна різниця між теоретичними результатами і результатами моделювання спостерігається тільки у вузлах 2 і 3 і пояснюється недостатньою точністю визначення значень на вузлі 2.

### Висновки

Досліджено математичну модель механізму тунелювання в мережі багатопротокольної комунікації за позначками. Розглянуто ефекти фрагментації і зчеплення в пачки пакетів, переданих у тунелі мережі MPLS.

Доведено, що пакет, котрий належить пачці номер  $k$ , на виході довільного вузла  $n$ ,  $n \geq 2$ , має час обслуговування, який менший або дорівнює часу обслуговування першого пакета цієї пачки, а також, що будь-яка пачка на виході вузла  $n = 2$  і всіх подальших вузлів зберігається, тобто всі пакети в ній залишаються жорстко прив'язаними один до одного.

Знайдено необхідну і достатню умову зчеплення у вузлі  $n$  пачок з номерами  $k$  і  $k + 1$ , що вийшли окремо з вузла  $n - 1$ . Це покидання першого пакета пачки  $k + 1$  вузла  $n - 1$  до того, як пачка  $k$  закінчить обслуговуватися вузлом  $n$  протягом інтервалу, що не перевищує часу обслуговування першого пакета попередньої пачки  $t(1)$ .

Проаналізовано довжину пачки  $k$  у другому вузлі ( $n = 2$ ), для якої не вдається знайти точну формулу, але доведено, що вона перебуває в діапазоні від 1 до  $1 + 2 \frac{\rho}{1-\rho}$ .

Отримано апроксимаційну формулу для середньої довжини пачки  $k$  у довільному вузлі  $n$ , виражену кількістю пакетів  $K_n$ .

Обчислено функцію розподілу загального часу перебування пакета в тунелі з  $N$  вузлів.

Визначено середній час перебування пакета в довільному вузлі  $n \geq 2$ , а також середній сумарний час  $V(N)$  перебування пакета в тунелі мережі MPLS з  $N$  вузлів.

### Список використаної літератури

1. **Об оценке времени пребывания в очереди в программно-конфигурируемых сетях** / П. О. Абаев, В. А. Бесчастный, А. С. Царев, К. Е. Самуйлов *Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2016): материалы девятнадцатой междунар. науч. конф.: в 3 т. / под общей ред. В. М. Вишневецкого и К. Е. Самуйлова. 2016. С. 9–16.*

2. **Атцик А., Бакин С., Феноменов М. Управление транспортными сетями. Единое и программно-конфигурируемое** // *Мобильные телекоммуникации. 2014. Апрель № 3. С. 14.*

3. **Бакланов И. Г. NGN: принципы построения и организации** / под ред. Ю. Н. Чернышова. Москва: Эко-Трендз, 2008. 400 с.

4. **Башарин Г. П., Гайдамака Ю. В., Самуйлов К. Е. Математическая теория телетрафика и ее приложения к анализу мультисервисных сетей связи следующих поколений** // *Автоматика и вычислительная техника. 2013. №2. С. 11–21.*

5. **Бородинский А. А., Гольдштейн А. Б. Модель применения нейронных сетей для управления сетями SON** // *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2018). 2018. С. 115–118.*

6. **Гольдштейн А. Б. Управление телекоммуникациями как техническая система** // *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2018). 2018. С. 236–242.*

7. **Ефимов В. В., Соколов Н. А., Федоров А. В. Вероятные направления эволюции телекоммуникационной системы** // *Труды ЦНИИС. Санкт-Петербургский филиал. 2016. Т. 1. № 1(2). С. 11–23.*

8. **Кучерявый А. Е., Гольдштейн Б. С. Сети связи пост-NGN** // СПб: БХВ-Петербург, 2013. 160 с.

9. **Леваков А. К., Федоров А. В., Соколов Н. А. Задачи оценки показателей, определяющих качество функционирования телекоммуникационных сетей** // *Электросвязь. 2015. № 6.*

10. **Наумов В. А., Самуйлов К. Е., Самуйлов А. К. О суммарном объеме ресурсов, занимаемых обслуживаемыми заявками** // *Автоматика и телемеханика. 2016. № 8. С. 105.*

11. **Печинкин А. В., Разумчик Р. В. Об одном методе расчёта стационарного распределения очереди в системе массового обслуживания с потоками обычных и отрицательных заявок и бункером для выбитых заявок** // *Информационные процессы. 2012. Том 12, № 1. С. 53–67.*

12. **Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект. Современный подход.** Москва: ООО «И. Д. Вильямс», 2016. 1408 с.

13. **Интернет вещей** / А. В. Росляков, С. В. Ванияшин, А. Ю. Гребешков, М. Ю. Самсонов. Самара: Ас Гард, 2014. 340 с.

14. **Самуйлов К. Е., Гайдамака Ю. В. Метод построения процессной модели компании с помощью аппарата сетей массового обслуживания** // *Технологии информационного общества X Междунар. отраслевая науч.-техн. конф. 2016. С. 61.*

15. **О задачах в области связи** / М. Шнепс-Шнеппе, Д. Намиот, С. Селезнев, В. Куприяновский // *Первая миля. 2016. № 7(60). С. 24–29.*

16. **Akishin V., Goldstein A., Goldstein B. Cognitive models for access network management** // *Lecture Notes in Computer Science. 2017. Т. 10531. С. 375–381. (203)*

17. **Application Framework Suite GB929 Addendum D Release 15.5.0** [Electronic resource] / TM Forum. Electronic data. Morristown // NJ, 2015. URL: <https://www.tmforum.org/resources/suite/gb921-business-process-framework-etom-r15-0-0-2/>

18. **Sujil A., Jatin Verma, Rajesh Kumar. Multi agent system: concept, platforms and applications in power systems** // *Artificial Intelligence Review. February 2018. Vol. 49(2). P. 153–182.*

19. **LaPedus M. Waiting For 5G Technology Semiconductor Engineering.** 2016. June 23.

20. **5G Mobile and Wireless Communications Technology** // Cambridge University Press, June 2016.

### Л. Н. Беркман, Н. В. Руденко, Л. В. Дакова, С. Ю. Даков, Н. В. Блаженный ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМИ СЕТЯМИ

Представлены результаты исследований математической модели механизма туннелирования Multiprotocol Label Switching, которая представляет собой сеть массового обслуживания с последовательными очередями. Рассмотрена математическая модель механизма туннелирования в сети многопротокольной коммутации по меткам. Исследованы эффекты фрагментации и сцепления в пачки пакетов, передаваемых в туннеле сети MPLS.

Доказано, что пакет, принадлежащий пачке номер  $k$  на выходе произвольного узла  $n$ ,  $n \geq 2$ , имеет время обслуживания, которое меньше или равно времени обслуживания первого пакета этой пачки, а также что любая пачка на выходе узла  $n = 2$  и всех последующих узлов хранится, т.е. все пакеты в ней остаются жестко привязанными друг к другу.

Найдено необходимое и достаточное условие сцепления в узле  $n$  пачек с номерами  $k$  и  $k + 1$ , вышедших отдельно из узла  $n - 1$ . Это оставление первого пакета пачки  $k + 1$  узла  $n - 1$  до того, как пачка  $k$  закончит обслуживаться узлом  $n$  в течение интервала, не превышающего время обслуживания первого пакета предыдущей пачки  $t(1)$ .

Проанализирована длина пачки  $k$  во втором узле ( $n = 2$ ), для которой не удается найти точную формулу, но доказано, что она находится в диапазоне от 1 до  $1 + 2 \frac{\rho}{1-\rho}$ . Полученная аппроксимационная формула для средней длины пачки  $k$  в произвольном узле  $n$ , выраженная в числе пакетов  $K_n$ . Также вычислена функция распределения общего времени нахождения пакета в тоннеле из  $N$  узлов.

Последующие исследования необходимо направить на разработку методики, которая должна учитывать сокращение времени обслуживания и устранение повреждений.

**Ключевые слова:** сети; протоколы; туннелирование; метки; математическая модель; методика.

L. N. Berkman, N. V. Rudenko, L. V. Dakova, C. Yu. Dakov, N. V. Blazhenyi

### RESEARCH OF TRANSPORTATION NETWORK MANAGEMENT MODELS

The research results of a mathematical model of the Multiprotocol Label Switching (MPLS) tunneling mechanism, which is a mass service network with sequential queues, are provided. The mathematical model of the tunneling mechanism in the MPLS network is considered. The effects of fragmentation and adhesion in packets of packages transmitted in the MPLS network tunnels are analyzed.

It is proved that a package belonging to packet number  $k$  at the output of an arbitrary node  $n$ ,  $n \geq 2$ , has a service time less than or equal to the service time of the first package of this packet as well as any packet at the output of the node  $n = 2$  and all subsequent nodes is stored, i.e. all packages in it remain rigidly bound to each other.

The necessary and sufficient adhesion condition in node  $n$  of packets with numbers  $k$  and  $k + 1$ , which came out separately from node  $n - 1$ , has been determined. This is the abandonment of the first package of packet  $k + 1$  of node  $n - 1$  before packet  $k$  finishes being serviced by node  $n$  during an interval not exceeding the service time of the first package of the previous packet  $t(1)$ .

The length of packet  $k$  in the second node ( $n = 2$ ), for which it is not possible to find the exact formula, but it is proved that it is in the range from 1 to  $1 + 2 \frac{\rho}{1-\rho}$ , is analyzed.

The approximation formula for the average length of packet  $k$  in an arbitrary node  $n$ , expressed in the number of the packages  $K_n$ , has been obtained. The function of distribution of the total time of a package in a tunnel with  $N$  nodes is calculated.

Further research should focus on a methodology to take into account the reduction of service time and restoration.

**Keywords:** networks; protocols; tunneling; labels; mathematical model; methodology.

