УДК 004.056.53

О. А. ЛАПТЄВ, канд. техн. наук, ст. наук. співробітник;
Г. В. ШУКЛІН, канд. техн. наук;
В. А. САВЧЕНКО, доктор техн. наук, професор;
Д. В. КЛЮКОВСЬКИЙ, аспірант,
Державний університет телекомунікацій, Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕТВОРЕННЯ НЕПЕРЕРВНИХ СИГНАЛІВ У ЦИФРОВИЙ ВИГЛЯД

Розглянуто методику перетворення неперервних сигналів у дискретні, а в подальшому в цифрові сигнали. Детально проаналізовано кожний із трьох етапів реалізації цього перетворення. Доведено, що на практиці неможливо реалізувати дельта-функцію, яка є основою даного перетворення. Тому в реальних умовах як перетворення здійснюється заміна неперервного сигналу на короткий прямокутний або на дуже короткий імпульс. Під час розв'язання задачі дискретизації (імпульсного перетворення сигналу) постають три основних запитання: по-перше, як саме необхідно вибирати інтервал дискретизації; по-друге, яка точність заміни неперервного сигналу на послідовність його відліків; і, по-третє, який максимально допустимий інтервал дискретизації, у разі якого ще можливо відновити (за необхідності) неперервний сигнал. Здійснено обґрунтування відповіді на ці запитання. Отримано математичні залежності для середньоквадратичних похибок перетворень. Доведено, що дискретизація неперервного сигналу за теоремою Котельникова пов'язана з помилкою, котра має дві складові, одна з яких пов'язана з обмеженим спектром, а друга — з обчисленням скінченного числа членів ряду в розкладі.

На етапі здійснення підрахунків було встановлено, що оптимальною системою числення, яка дає мінімальну кількість елементів запису імпульсів, є система з основою е. Обґрунтовано, що вибір основи системи перетворення здійснюється на підставі технологічних вирішень за основою, яка наближена до числа е.

Ключові слова: перетворення; сигнали; дискретні; теорема Котельникова.

Вступ

Для системи, яка здійснює аналіз процесів, інформацією є сигнали, які надходять. Різні параметри фізичних процесів за допомогою датчиків перетворюються у сигнали різного виду. Як правило, ними є сигнали, які неперервні відносно часу. Однак сигнали, що надходять, можна зберігати, передавати та обробляти як у вигляді неперервних, так і у вигляді дискретних. На сучасному етапі розвитку інформаційної техніки перевага надається дискретним сигналам. Тому сигнали, як правило, перетворюються в дискретні. Таким чином, процесам оптимізації перетворення неперервних сигналів у дискретні приділяється постійна увага.

Аналіз останніх публікацій та постановка проблеми. Аналізу перетворення аналогових сигналів присвячено велику кількість публікацій.

У [1] розглядаються задачі дискретизації у часі на основі теореми Котельникова, але не розв'язується комплексна задача перетворення сигналу як за амплітудою, так і в часі.

У [2] розглядається процес перетворення стаціонарних сигналів за допомогою перетворень Фур'є. Здійснюється математичне моделювання процесу в різних його уявленнях, накладаються обмеження, зазначається його особливість і характерні сфери застосування. Проте питання застосування перетворення Фур'є для перетворення неперервного сигналу в дискретний вигляд не розглядаються.

У [3; 4] наводяться особливості вейвлет-перетворення, здійснюється опис принципів його роботи, розглядаються особливості різних материнських вейвлетів, пропонуються варіанти збільшення роздільної здатності перетворення в застосуванні до загальних галузей науки. Однак певний вейвлет-аналіз радіосигналу, який характеризується коротким тимчасовим інтервалом, не розглядається.

З огляду на зазначене вибір оптимальної системи числення, за якої потрібна мінімальна кількість елементів запису імпульсів для перетворення неперервного сигналу в дискретний (цифровий вигляд) з подальшою практичною реалізацією є актуальною проблемою сьогодення.

Основна частина

Дискретними називають повідомлення, утворені з окремих елементів, які набувають скінченного числа різних значень, тобто дискретне повідомлення є послідовністю елементів, кожний з яких може набувати лише скінченного числа різних значень. Дискретне повідомлення називається цифровим, якщо кожному його елементу (або комбінації елементів) присвоюється певне цифрове значення.

У багатьох випадках дискретні повідомлення є результатом перетворення неперервної (аналогової) інформації в цифрову. Тобто, дискретні сигнали можуть бути як первинними, так і вторинними, отриманими з неперервних сигналів. Слід зазначити, що для перетворення неперервних сигналів у цифрову форму, необхідно виконати такі операції:

- дискретизацію повідомлення за часом;
- дискретизацію за рівнем;
- перетворення повідомлень за рівнем і за часом у послідовність чисел, поданих у вигляді кодових комбінацій.

Зважаючи на важливість цього питання щодо виявлення ймовірних цифрових сигналів, розглянемо операції перетворення більш детально.

Дискретизація за часом полягає в тому, що неперервний сигнал заміняються послідовністю його миттєвих значень, узятих у дискретних точках часу. У разі такої заміни виключаються всі значення функції, яким відповідають значення часу, що належать інтервалам часу. У математичному аналізі цей процес визначається так:

$$a_D(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-k\Delta t), \tag{1}$$

де δ — функція поодиноких імпульсних функцій, які залежать від інтервалів Δt.

Використовуючи перетворення Фур'є, дістаємо:

$$A_D(f)=\frac{1}{\Delta t}\sum_{-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{k}{\Delta t}\right),\ \ k\in[-\infty,\infty]. \tag{2}$$

Вираз (2) є періодичною послідовністю функцій δ, які залежать від частотних інтервалів $\Delta f=\frac{1}{\Delta t}$. За властивістю $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta(\xi-\xi_0)=1$, ліва частина рівності (1) набуде значення 1, а ліва частина виразу (2) — значення $\frac{1}{\Delta t}$.

Процес дискретизації неперервної від часу функції здійснюється у такий спосіб:

$$x_D(t)=x(t)a_D(t)\ \sum_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-k\Delta t). \tag{3}$$

За властивістю функції δ, що подана рівністю

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}x(\xi)\delta(\xi-\xi_0)d\xi=x(\xi_0), \tag{4}$$

маємо:

$$x(t)\delta(t-k\Delta t)=x(k\Delta t)\delta(t-k\Delta t). \tag{5}$$

Вираз (5) свідчить, що множення функції на поодинокий імпульс призводить до того, що площа цього імпульсу дорівнює значенню цієї функції в момент часу $t = k\Delta t$.

Підставивши (5) у формулу (3), дістанемо:

$$x_D(t)=\sum_{-\infty}^{\infty}x(k\Delta t)\delta(t-kt). \tag{6}$$

Вираз (6) показує, що дискретизація зумовлює утворення періодичної послідовності імпульсів δ, амплітуда яких дорівнює миттєвому значенню сигналу в момент часу $t = k\Delta t$, тобто в моменти взяття відліків. Однак на практиці реалізувати дану функцію неможливо. Тому в реальних умовах її замінюють коротким прямокутним імпульсом тривалістю τ.

Якщо взяти величину τ так, щоб виконувалась нерівність $\frac{\tau}{\Delta t}\ll 1$, то утворюється послідовність коротких імпульсів, амплітуди яких пропорційно до миттєвих значень сигналу. Це перетворення часто називають імпульсним перетворенням неперервного сигналу.

У процесі розв'язання задачі дискретизації (імпульсного перетворення сигналу) постають три основних запитання:

1. Яким чином необхідно вибирати інтервал дискретизації?
2. Яка точність заміни неперервного сигналу послідовністю його відліків?
3. Який максимально допустимий інтервал дискретизації Δt, при якому ще можливо відновити (за необхідності) неперервний сигнал?

Вочевидь, що чим більше Δt, тим більша ймовірність втрати частини сигналу, а чим менший інтервал, тим точніша дискретизація. При цьому виникають труднощі з обчисленнями.

Таким чином, задача дискретизації або перетворення неперервного сигналу в цифровий вигляд не має однозначного розв'язку, а вибір частоти дискретизації є одним із важливих завдань у цифровому обробленні сигналів. Складність задачі вибору частоти дискретизації або в загальному випадку інтервалу дискретизації полягає в тому, що необхідно враховувати властивості неперервних повідомлень та спосіб відновлення цих повідомлень із потрібною точністю.

Першим етапом вирішення є вибір моделі неперервного сигналу, що являє собою деяку математичну модель таких сигналів. Щоб не ускладнювати завдання в моделі, необхідно зберегти лише ті характерні особливості сигналу, які мають найбільш істотне значення для розглянутих задач. Неперервні реальні сигнали потрібно розглядати як реалізації деякого нестаціонарного випадкового процесу. Однак такі моделі дуже складні, як в реалізації, так і в обчислювальних процедурах.

Спостереження зі збору статистичних характеристик показали, що сигнали змінюються помітно тільки на коротких інтервалах часу, а на всьому розглянутому інтервалі змінюються незначно. Отже, реальний сигнал можна розглядати як кусково-стаціонарний. Це дає змогу в багатьох випадках під час імпульсного перетворення використовувати теорію стаціонарних випадкових процесів. Сигнали, які надходять від засобів негласного знімання інформації, в багатьох випадках мають ергодичну властивість. Реальні сигнали мають скінченну протяжність в часі, тому властивість ергодичності порушується. Отже, під час побудови моделі доцільно прийняти:

$$T_s \Delta F_s >> 1, \tag{7}$$

де T_s — тривалість сигналу; ΔF_s — ширина енергетичного спектра.

Фізично нерівність (7) означає, що неперервне повідомлення за час T_s змінює знак похідної велику кількість разів. Якщо подати реальний сигнал у вигляді кусково-стаціонарного сигналу, то умова (7) має виконуватися для кожного інтервалу, що входить до складу загального діапазону сигналу. Для характеристики випадкового стаціонарного процесу $x(t)$, вибраного як модель сигналу, необхідно знати його багатовимірну спектральну густину розподілу ймовірності. Ця функція невідома, тому сигнал, зазвичай, характеризують енергетичним спектром $F_s(\omega)$ або кореляційною функцією $\varphi_x(\tau)$.

Слід зазначити, що спектральна функція є функція парна:

$$F_s(-\omega) = F_s(\omega). \tag{8}$$

Отже, використовуватимемо тільки однобічний спектр.

Спектральну функцію можна подати через спектр тимчасового процесу.

Якщо амплітуда спектра одного сигналу $x(t)$ на інтервалі T_s дорівнює $A_x(\omega)$, то можна записати:

$$F_x(\omega) = \lim_{T_s \to \infty} \left(\frac{1}{T_s} \left(A_x^2(\omega) \right) \right), \tag{9}$$

де $A_x(\omega)$ — амплітудний спектр, усереднений за довільною реалізацією.

Сигнал роботи засобу негласного знімання інформації має квазістаціонарний характер, а рівняння (9) показує, що при скінченній довжині сигналу спектр сигналу стає наближеним, однак із урахуванням (7) цим можна знехтувати.

На процес пошуку може бути накладено обмеження:

1. Кінцеве значення середньої потужності сигналу:

$$P_x = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} x^2(t) dt < \infty. \tag{10}$$

Для стаціонарного ергодичного сигналу рівняння (10) набирає вигляду

$$P_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_x(\omega) d\omega, \tag{11}$$

2. Скінченна шкала миттєвих значень

$$\max |x(t)| \le X_m. \tag{12}$$

3. Обмеження енергетичного спектра за частотою.

Зміст останнього припущення полягає в тому, що зі збільшенням частоти зменшується спектральна густина сигналу, а оскільки реальний сигнал завжди із завадою, то настає момент часу, коли спектри сигналу і завади однаково вимірні, тобто подальше обчислення спектра не дає додаткової інформації про сигнал.

Середньоквадратична помилка, пов'язана з обмеженням енергетичного спектра, матиме вигляд

$$\delta_F^2 = \int_{\omega_{org}}^{\infty} F_x(\omega) d\omega \Big/ \int_0^{\infty} F_x(\omega) d\omega = \frac{\Delta P_x}{P_x} = \frac{\Delta E_x}{E_x}. \tag{13}$$

Рівність (13) показує, що середньоквадратична помилка пов'язана з обмеженням за частотою і дорівнює відношенню середньої потужності відкинутої частини спектра до середньої потужності всього спектра. Узагальнюючи викладене, вибираємо модель випадкових квазістійких сигналів $x(t)$, що має скінченну протяжність у часі, і обмежений спектр, що задовольняє умови (10)–(12). Враховуючи те, що перетворення Фур'є не може бути реалізовано одночасно за часом і спектром, доходимо висновку, що прийнята модель є некоректною.

Однак численні дослідження показали, що за певного вибору частоти похибка обчислення спектра цілком припустима. Тому як базова модель запропонована модель дістала досить широке застосування. Визначимо гранично допустиму частоту або інтервал дискретизації, за якого можливо відновити сигнал. Проблема граничної дискретизації складна і, не зважаючи на значну кількість досліджень, вона далека до завершення. Нині найбільш розробленою і широко застосовною є гранична дискретизація сигналів, яка базується на теоремі Котельникова. Теорема Котельникова застосовується для відомої однієї реалізації $x(t)$ квазістійкого випадкового процесу, якому відповідає сукупність можливих неперервних сигналів. Якою б складною ця реалізація не була, вона являє собою деяку невипадкову (детерміновану) функцію від часу. Тоді, використовуючи перетворення Фур'є, можна знайти амплітудний комплексний спектр:

$$x(t) \Leftrightarrow A_x(j\omega) = A_x(\omega)e^{j\kappa\omega} = \int_0^{T_s} x(t)\,e^{-j\kappa\omega}. \tag{14}$$

Взагалі, для такої моделі справедлива наступна теорема: якщо неперервна функція від часу $x(t)$ має спектр, обмежений смугою частот від нуля до F_{ogr}, то ця функція повністю визначається послідовністю своїх миттєвих значень, узятих у моменти часу, які відлічуються через інтервали $\Delta t = \frac{1}{2F_{org}}$, це і є теорема Котельникова (Найквіста-Шеннона). Цю теорему доведено і тому запишемо відразу кінцеве її подання:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t)\frac{\sin\omega_{org}(t-k\Delta t)}{\omega_{org}(t-k\Delta t)},\ \ \Delta t = \frac{1}{2F_{org}} = \frac{\pi}{\omega_{org}}. \tag{15}$$

Розкладання неперервної функції часу $x(t)$ в ряд виду (15) є основним рівнянням перетворення неперервного сигналу в дискретний (цифровий).

У цьому розкладанні значення $x(k\Delta t)$ в дискретних точках часу можна розглядати як координати x_k, а відношення $\frac{\sin\omega_{org}(t-k\Delta t)}{\omega_{org}(t-k\Delta t)}$ — як базисні функції $\psi_k(t)$. Тоді вираз (15) набере вигляду як частинний випадок розкладання в ряд Фур'є:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \psi_k(t). \tag{16}$$

Якщо в сигналі, тривалість якого T_s, обмежити спектр на частоті F_{ogr},то згідно з теоремою Котельникова можна утворити число відліків:

$$m = \frac{T_s}{\Delta t} = 2F_{org}T_s. \tag{17}$$

У (17) m завжди ціле, тому це число відліків і, враховуючи, що $m >> 1$, нехтуємо одиницею, яка має бути як додавання до обох складових правої частини рівності (17). У цьому разі ряд (16) буде містити скінченне число членів і, отже, подання неперервної функції буде неточним:

$$x(t) \approx \hat{x}(t) = \sum_{k=-\frac{m}{2}}^{\frac{m}{2}} x_k \psi_k(t). \tag{18}$$

Знак наближення показує, що при скінченному числі членів ряду їх сума точно збігається з миттєвими значеннями функції $x(t)$ не на всьому інтервалі T_s, а тільки в точках відліків. В інтервалі між точками відліків значення функції $x(t)$ і функції $\hat{x}(t)$ наближення не збігатиметься, і тому з'являється похибка. Зменшення похибки можливо за рахунок збільшення членів ряду (кількості відліків).

Середньоквадратичне значення помилки при цьому буде обчислюватись за формулою

$$\delta_T^2 = \frac{\int_0^{T_s}\left(x(t)-\hat{x}(t)\right)^2 dt}{\int_0^{T_s} x^2(t)dt} = \frac{\int_0^{T_s}\varepsilon_T^2(t)dt}{E_x}, \tag{19}$$

де E_x — енергія неперервного сигналу; ε_T — похибка (різниця $x(t) - \hat{x}(t)$).

Таким чином, дискретизація неперервного сигналу згідно з теоремою Котельникова пов'язана з помилкою, яка має дві складові: одна пов'язана з обмеженим спектром, а друга, з урахуванням скінченного числа членів ряду розкладання

$$\delta_D^2 = \delta_T^2 + \delta_F^2 \geq 2\delta_F = \frac{2}{E_x}\int_{\omega_{org}}^{\infty} G(\omega)d\omega = \frac{2\Delta E_x}{E_x}. \tag{20}$$

У цілому при завданні пошуку засобів негласного знімання інформації кожний неперервний сигнал радіоефіру потрібно розглядати як одну з реалізацій, що належить до нескінченного деякого випадкового процесу з множини всіх можливих реалізацій. Миттєві значення цього процесу можуть бути будь-якими в межах деякого діапазону $[x_{\max}, x_{\min}]$, що визначається фізичними обмеженнями. У нашому разі — діапазоном сканування радіоефіру. Цей діапазон прийнято називати неперервною шкалою миттєвих значень сигналів. Дискретизація за рівнем має назву квантування. Варто зауважити, що в реальних умовах через вплив шумів, завад та інших факторів, як зазначалося раніше, до сигналу додається помилка. Помилка має випадковий характер. З огляду на викладене можна записати:

$$x_{k\nu}(t) = x(t) + \varepsilon_{k\nu}(t). \tag{21}$$

Помилка квантування є випадковим процесом, кількісна оцінка якого визначається за виразом:

$$\delta_{k\nu} = \sqrt{\overline{\varepsilon_{k\nu}^2(t)}} \Big/ \sqrt{\overline{x^2(t)}}, \tag{22}$$

де $\varepsilon_{k\nu}^2(t)$ — середній квадрат помилки; $x^2(t)$ — середній квадрат сигналу, що квантується.

У результаті дискретизації за часом і за рівнем, неперервний випадковий процес, який є математичною моделлю неперервних сигналів, замінюється дискретним випадковим сигналом.

Отже, отримано перетворення неперервних випадкових сигналів у цифрову форму. Відкритим залишається вибір зручної системи числення. Під час вибору системи числення необхідно враховувати простоту, економічність і зручність реалізації. Наприклад, нехай для надання сигналів ЗНОІ використовується система з основою n і числом розрядів m. Тоді кількість елементів, які використовуються в даній системі при записі імпульсів, така сама:

$$\vartheta = mn. \tag{23}$$

Максимальна кількість імпульсів, що може бути записано в такій системі, визначається за виразом

$$\max N(n) = n^m - 1. \tag{24}$$

Розв'язуючи рівняння (24), дістаємо:

$$m = \frac{\ln(\max N(n) + 1)}{\ln n}. \tag{25}$$

Підставляючи в (25) вираз (23), отримуємо:

$$\vartheta = \frac{n}{\ln n}\ln(\max N(n) + 1). \tag{26}$$

Знаходимо мінімальне значення ϑ з виразу (26), яке визначає мінімальне значення для запису імпульсу $\max N$.

$$\frac{d\vartheta}{dn} = \ln(\max N + 1)\frac{\ln n - 1}{(\ln n)^2} = 0. \tag{27}$$

Із рівняння (27) випливає, що оптимальною системою числення, при якій визначається мінімальна кількість елементів запису імпульсів, є система з основою:

$$n = n_{\text{org}} = e \approx 2{,}72. \tag{28}$$

Аналіз здобутих результатів дає можливість стверджувати, що оптимальним є потрійна система. Але щодо швидкості і надійності найбільше застосування дає двійкова система. Для підтвердження викладеного виконаємо розрахунки для різної кількості. Дані розрахунків наведено в таблиці.

Як випливає з результатів, наведених у таблиці, оптимальним є число e, але оскільки воно не ціле число, а число, як доведено раніше, має бути цілим, вибираємо найближчі цілі числа. Подальший вибір здійснюється на підставі не математичних розрахунків, а конструкторських (технологічних) рішень.

n	2	2,72	3	4	10
$\frac{n}{\ln n}$	2,88	2.72	2.73	2,88	4,3
$\frac{\vartheta}{\vartheta_{opt}}$	1,06	1	1,006	1,42	1,58

Висновки

У роботі показано, що будь-який випадковий сигнал довільної форми можна перетворити в дискретний, або, інакше кажучи, у цифровий сигнал.

Оптимальною системою числення, при якій визначається мінімальна кількість елементів запису імпульсів, є система з основою e.

Вибір основи системи перетворення здійснюється на основі технологічних рішень з основою, близькою до e, тобто з основою два.

Доведено, що дискретизація неперервного сигналу згідно з теоремою Котельникова пов'язана з помилкою, яка містить дві складові — одна пов'язана з обмеженим спектром, друга — враховує скінченне число членів ряду розкладу.

Задача пошуку цифрових засобів негласного отримання інформації при цьому зводиться до пошуку дискретного (цифрового) сигналу, який потрібно визначити на фоні легальних сигналів радіоефіру.

Список використаної літератури

*1. **Ястребов И. П.** Дискретизация непрерывных сигналов во времени. Теорема Котельникова: электронное учеб.-метод. пособие. Нижний Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2012. 31 с.*

*2. **Рональд Н. Брейсуэлл.** Преобразование Фурье Scientific American. 1989. № 8. С. 48–56 [Електронний ресурс]. URL:*

http://www.ega-math.narod.ru/Nquant/Fourier.htm (04.06.2019).

*3. **Практическое** применение преобразования Фурье для анализа сигналов. Введение для начинающих [Електронний ресурс]. URL:*

https://habr.com/ru/post/269991/ (05.07.2019).

*4. **Oppenheim, A. V., Schafer R. W.** Discrete-Time Signal Processing, Prentice-Hall, 1989. P. 447–448. (русский перевод одного из предыдущих изданий - Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов: пер. с англ. / под ред. С. Я. Шаца. Москва: Связь, 1979.*

*5. **Анализ** сигналов на основе вейвлет-преобразования: матеріал з Нац. бібліотеки ім. Н. Е. Баумана [Електронний ресурс].URL:*

https://ru.bmstu.wiki/ (11.06.2019).

Рецензент: доктор техн. наук, доцент **Г. І. Гайдур**, Державний університет телекомунікацій, Київ.

А. А. Лаптев, Г. В. Шуклин, В. А. Савченко, Д. В. Клюковский

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ В ЦИФРОВУЮ ФОРМУ

Рассмотрена методика преобразования непрерывных сигналов в дискретные, а в дальнейшем в цифровые сигналы. Детально проанализированы каждый из трех этапов реализации этого преобразования. Доказано, что на практике невозможно реализовать дельта-функцию, которая является основой данного преобразования. Поэтому в реальных условиях как преобразование осуществляется замена непрерывного сигнала на короткий прямоугольный или на очень короткий импульс. При решении задачи дискретизации (импульсного преобразования сигнала) возникают три основных вопроса: во-первых, как необходимо выбирать интервал дискретизации; во-вторых, какая точность замены непрерывного сигнала на последовательность его отсчетов; и, в-третьих, максимально допустимый интервал дискретизации, в случае которого еще возможно восстановить (при необходимости) непрерывный сигнал. Осуществлено обоснование ответов на эти вопросы. Получены математические зависимости для среднеквадратических погрешностей преобразований. Доказано, что дискретизация непрерывного сигнала по теореме Котельникова связана с ошибкой, которая имеет две составляющие, одна из которых связана с ограниченным спектром, а вторая — с вычислением конечного числа членов ряда в раскладе.

На этапе осуществления расчетов было установлено, что оптимальной системой счисления, которая дает минимальное количество элементов записи импульсов, является система с основанием e. Обосновано, что выбор основы системы преобразования осуществляется на базе технологических решений с основанием, которое приближено к числу e.

Ключевые слова: преобразования; сигналы; дискретные; теорема Котельникова.

O. Laptiev, G. Shuklin, V. Savchenko, D. Klyukovsky

MATHEMATICAL MODEL FOR CONVERTING CONTINUOUS SIGNALS TO DIGITAL FORM

The article deals with the method of converting continuous signals to discrete, and subsequently to digital signals. Each of the three stages of transformation is examined in detail and mathematically. The impossibility to put into practice the delta function has been proved. Which is the basis of transformation. Therefore, in practice, it is replaced by a short rectangular, very short pulse. In solving the problem of sampling (impulse conversion) there are three main questions: from what considerations it is necessary to choose the sampling interval; what is the accuracy of replacing a continuous signal by the sequence of its readings; which is the maximum permissible sampling interval at which it is still possible to restore (if necessary) a continuous signal. A valid mathematical answer to these questions is given in this article. Mathematical expressions for standard errors of transformations are determined. It is proved that the discretization of a continuous signal according to the Kotelnikov theorem is related to an error, which consists of two components one is related to a bounded spectrum, the second to the finite number of terms of the series of decomposition.

It is estimated that the optimal system of calculus, which requires a minimum number of elements of the pulse recording, is the system with the basis -. It is substantiated that the choice of the basis of the transformation system is made on the basis of technological solutions with the basis close to. Thus, the article provides a comprehensive mathematical study of the transformation of continuous signals into discrete, then digital, for further analysis by existing methods.

Keywords: transformations; signals; discrete; Kotelnikov theorem.