

УДК 621.391.833.4

DOI: 10.31673/2412-9070.2019.054449

В. І. КРАВЧЕНКО, канд. техн. наук;

О. І. ГОЛУБЕНКО, ст. викладач;

А. О. ДУДАРЄВА, аспірант;

О. О. ГРИЩЕНКО, аспірант,

Державний університет телекомунікацій, Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ВЕКТОРА ПОКАЗНИКІВ ЗСУВУ

Наведено математичну модель формування вектора показників зсуву. Розкрито порядок перетворення кільцевого коду у вектор показників зсуву за допомогою логічних операцій XOR, AND або OR. Проаналізовано властивості вектора показників зсуву, на підставі яких виведено формули для визначення функціональної залежності сум десяткових значень показників зсуву від загальної кількості елементів і кількості одиничних символів кодової послідовності.

Ключові слова: кільцеві коди; вектор показників зсуву; код; матриця; двійкова логіка.

Вступ

Відповідно до [1] кільцевий код будується за принципом блокових циклічних кодів і являє собою двійкову квадратну матрицю розміром $N \times N$, кожен рядок якої містить m одиничних і $N - m$ нульових символів. При цьому кожний наступний рядок матриці повторює попередній рядок з одночасним кільцевим зсувом символів на один розряд ліворуч або праворуч. З огляду на зазначене, кільцевий код, який утворюється зсувом одного символу кодової послідовності ліворуч, можна подати у вигляді такої матриці G :

$$G = \begin{bmatrix} k_{N-1}2^{N-1} + k_{N-2}2^{N-2} \dots + k_12^1 + k_02^0 \\ k_{N-2}2^{N-1} + k_{N-3}2^{N-2} \dots + k_02^1 + k_{N-1}2^0 \\ \vdots \\ k_02^{N-1} + k_{N-1}2^{N-2} \dots + k_22^1 + k_12^0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де N — кількість рядків і стовпців матриці кільцевого коду; k — коефіцієнт, який набуває значення 1 або 0 залежно від структури кодової послідовності.

Згідно з [2; 3] кільцевий код можна перетворити у вектор показників зсуву (ВПЗ) у три етапи:

1) по чергово виконується двійкове логічне перетворення XOR, OR або AND коефіцієнтів першого рядка і наступних рядків матриці кільцевого коду, розміщених на одних і тих самих позиціях кодових послідовностей. Наприклад, якщо використовується двійкове логічне перетворення XOR, то кільцевий код G перетворюється в матрицю показників зсуву (МПЗ), що має такий вигляд:

$$\text{МПЗ} = \begin{bmatrix} k_{N-1}2^{N-1} \text{XOR} k_{N-2}2^{N-1} + k_{N-2}2^{N-2} \text{XOR} k_{N-3}2^{N-2} + \dots + k_12^1 \text{XOR} k_02^1 + k_02^0 \text{XOR} k_{N-1}2^0 \\ k_{N-1}2^{N-1} \text{XOR} k_{N-3}2^{N-1} + k_{N-2}2^{N-2} \text{XOR} k_{N-4}2^{N-2} \dots + k_12^1 \text{XOR} k_{N-1}2^1 + k_02^0 \text{XOR} k_{N-2}2^0 \\ \vdots \\ k_{N-1}2^{N-1} \text{XOR} k_02^{N-1} + k_{N-2}2^{N-2} \text{XOR} k_{N-1}2^{N-2} \dots + k_12^1 \text{XOR} k_22^1 + k_02^0 \text{XOR} k_12^0 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

2) у кожному рядку здобутої матриці показників зсуву підраховується кількість коефіцієнтів, що відповідають одиниці. При цьому МПЗ перетворюється в ВПЗ;

3) обчислюється сума десяткових значень показників зсуву S .

Основна частина

Множина кільцевих кодів будується за принципом блокових циклічних кодів [1].

Стандартний кільцевий код являє собою квадратну двійкову матрицю розміром $N \times N$ (так звану заготовку), кожний рядок якої містить m одиниць і, відповідно, $N - m$ нулів.

Перший рядок коду називають його початковим вектором або початковою послідовністю.

Кожний наступний рядок містить ті самі елементи, що й попередній, але розміщення їх змінюється внаслідок послідовного кільцевого зсуву на один розряд праворуч або ліворуч.

Будь-який рядок кільцевого коду може виступати кодовим словом під час передавання дискретної інформації.

Приклад стандартного кільцевого коду з параметрами $N = 13$ і $m = 5$ наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Структура векторів показників зсуву для кодів довжиною $N = 7$ та кількістю одиничних символів $m = 3$

Структура векторів показників зсуву класичного кільцевого коду із застосуванням математичних операцій XOR, OR та AND			Структура векторів показників зсуву похідного кільцевого коду із застосуванням математичних операцій XOR, OR та AND		
XOR	AND	OR	XOR	AND	OR
4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5	4 0 4 6 2 2	1 3 1 0 2 2	5 3 5 6 4 4
4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5	4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5
4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5	4 6 2 2 0 4	1 0 2 2 3 1	5 6 4 4 3 5
4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5	4 6 2 4 6 4	1 0 2 1 0 1	5 6 4 5 6 5
4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5	4 6 6 2 6 4	1 0 0 2 0 1	5 6 6 4 6 5
4 6 2 2 6 4	1 0 2 2 0 1	5 6 4 4 6 5	4 2 2 2 6 4	1 2 2 2 0 1	5 4 4 4 6 5

Головна характеристика будь-якого кільцевого коду — це його вектор показників зсуву, який дістаємо за допомогою одного з двійкових перетворень XOR, OR, AND (із запереченням Not або без нього) початкової послідовності (першого рядка) ККК і решти його рядків. Отже, з однієї «заготовки» кільцевого коду загалом утворюватиметься шість різновидів вектора показників зсуву, що дуже важливо для ідентифікації і виправлення помилок окремих рядків (кодових слів). Властивості векторів показників зсуву розглянуто в [2; 3]. При цьому необхідно зазначити, що вектор показників зсуву є груповим інтегральним показником всього кільцевого коду, а не окремого його рядка.

Далі наведено приклад перетворення кільцевого коду структури [11011001] з кількістю елементів кодової послідовності $N = 8$. Для перетворення кільцевого коду в ВПЗ використовується двійкове логічне перетворення XOR елементів кодових послідовностей.

Матриця G даного коду набирає вигляду

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Матрицю показників зсуву при цьому можна подати так:

$$МПЗ = \begin{bmatrix} 1XOR1 & 1XOR0 & 0XOR1 & 1XOR1 & 1XOR0 & 0XOR0 & 0XOR1 & 1XOR1 \\ 1XOR0 & 1XOR1 & 0XOR1 & 1XOR0 & 1XOR0 & 0XOR1 & 0XOR1 & 1XOR1 \\ 1XOR1 & 1XOR1 & 0XOR0 & 1XOR0 & 1XOR1 & 0XOR1 & 0XOR1 & 1XOR0 \\ 1XOR1 & 1XOR0 & 0XOR0 & 1XOR1 & 1XOR1 & 0XOR1 & 0XOR0 & 1XOR1 \\ 1XOR0 & 1XOR0 & 0XOR1 & 1XOR1 & 1XOR1 & 0XOR0 & 0XOR1 & 1XOR1 \\ 1XOR0 & 1XOR1 & 0XOR1 & 1XOR1 & 1XOR0 & 0XOR1 & 0XOR1 & 1XOR0 \\ 1XOR1 & 1XOR1 & 0XOR1 & 1XOR0 & 1XOR1 & 0XOR1 & 0XOR0 & 1XOR0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Внаслідок логічних операцій XOR МПЗ перетворюється в таку

$$МПЗ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Підраховавши кількість одиниць у кожному рядку МПЗ, дістаємо вектор показників зсуву

$$\text{ВПЗ} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

а також загальну суму десяткових значень показників зсуву, яка дорівнюватиме: $S = 4 + 6 + 4 + 2 + 4 + 6 + 4 = 30$.

Попередній зсув початкового вектора на один або кілька розрядів праворуч або ліворуч відносно до його нормального положення в стандартному кільцевому коді є дещо незвичним способом передстворення кільцевого коду. Зручність такого способу полягає в тому, що всі рядки (окрім першого) кільцевого коду зберігають незмінний вигляд, тоді як вектор показників зсуву може набирати будь-якого вигляду, починаючи з $N - 1$ рядків цього кільцевого коду. Вочевидь, ВПЗ стандартного коду можна використовувати лише для ідентифікації його першого рядка. Для другого рядка за ідентифікатор братиметься ВПЗ стандартного кільцевого коду зі зсувом початкового вектора на один розряд, для третього — на два розряди і так далі, аж до останнього рядка. Відповідно, з кожного отриманого у такий спосіб ВПЗ синтезуються свої специфікатори, які різняться між собою.

Відразу простежуються такі особливості отриманих при цьому трьох різновидів векторів показників зсуву:

- ◆ кожний з різновидів *XOR*, *AND* і *OR*-ВПЗ складається з однакових за значенням елементів, але які різняться за їх кількістю і місцезнаходженням у ВПЗ;
- ◆ як і в стандартному ККК, порозрядна сума елементів *XOR* і *AND*-ВПЗ дає значення елемента *OR*-ВПЗ;
- ◆ усі елементи *XOR*-ВПЗ є парними числами в інтервалі від 0 до 2^*m , тоді як елементами *AND* і *OR*-ВПЗ можуть бути будь-які цілі числа також в інтервалі від 0 до 2^*m ;
- ◆ у спеціальних кільцевих кодах елементи вектора показників зсуву втрачають свою центральну симетрію.

Процес перетворення кільцевого коду структури [11011001] у ВПЗ за допомогою двійкових логічних операцій *XOR*, *AND* і *OR* унаочнюють табл. 2, 3 та 4.

Таблиця 2

Перетворення кільцевого коду в ВПЗ двійковою логічною операцією *XOR*

Номер рядка кільцевого коду	Структура рядків кільцевого коду	Номери рядків, між елементами яких виконується двійкове перетворення <i>XOR</i>	Структура рядків МПЗ у результаті виконання операції <i>XOR</i>	ВПЗ (сума одиниць у кожному рядку)	Сума десяткових значень показників зсуву <i>S</i>
1	11011001	1 - 2	0 1 1 0 1 0 1 0	4	30
2	10110011	1 - 3	1 0 1 1 1 1 1 0	6	
3	01100111	1 - 4	0 0 0 1 0 1 1 1	4	
4	11001110	1 - 5	0 1 0 0 0 1 0 0	2	
5	10011101	1 - 6	1 1 1 0 0 0 1 0	4	
6	00111011	1 - 7	1 0 1 0 1 1 1 1	6	
7	01110110	1 - 8	0 0 1 1 0 1 0 1	4	
8	11101100				

Аналіз структур векторів показників зсуву, утворених за допомогою двійкових логічних операцій *XOR*, *OR*, *AND* дав змогу виявити такі закономірності:

- десяткові значення показників зсуву будь-якого ВПЗ розміщено симетрично відносно його центра;
- структура *XOR*-вектора показників зсуву залишається незмінною, якщо символи кодової послідовності кільцевого коду змінюються на протилежні значення. *AND*- і *OR*-вектори показників зсуву зазначеної властивості не мають;

• суми десяткових значень ВПЗ, розміщених в одних і тих самих рядках і здобутих за допомогою логічних операцій *XOR* і *AND*, дорівнюють десятковим значенням, розміщеним в тих самих рядках і здобутих за допомогою логічної операції *OR*;

• сума десяткових значень ВПЗ, здобутих *OR*-перетворенням, складається з суми десяткових значень ВПЗ, отриманих *XOR*-перетворенням і суми десяткових значень ВПЗ, отриманих *AND*-перетворенням. При цьому існує функціональна залежність суми десяткових значень ВПЗ від кількості N елементів і кількості m одиничних символів, яка визначається за такими формулами:

1) для ВПЗ, отриманих *XOR*-перетворенням:

$$S_{\text{ВПЗ}(XOR)} = (N - m) \cdot 2m, \quad (7)$$

де $S_{\text{ВПЗ}(XOR)}$ — сума десяткових значень показників зсуву, отриманих двійковим *XOR*-перетворенням;

2) для ВПЗ, отриманих *AND*-перетворенням:

$$S_{\text{ВПЗ}(AND)} = (m - 1) \cdot m,$$

де $S_{\text{ВПЗ}(AND)}$ — сума десяткових значень показників зсуву, отриманих двійковим *AND*-перетворенням;

3) для ВПЗ, отриманих *OR*-перетворенням:

$$S_{\text{ВПЗ}(OR)} = (N - m) \cdot 2m + (m - 1) \cdot m = N \cdot 2m - 2m^2 + m^2 - m = N \cdot 2m - m^2 - m = m \cdot (2N - m - 1),$$

де $S_{\text{ВПЗ}(OR)}$ — сума десяткових значень показників зсуву, отриманих двійковим *OR*-перетворенням.

Таблиця 3

Перетворення кільцевого коду в ВПЗ двійковою логічною операцією *AND*

Номер рядка кільцевого коду	Структура рядків кільцевого коду	Номери рядків, між елементами яких виконується двійкове перетворення <i>AND</i>	Структура рядків МПЗ у результаті виконання операції <i>AND</i>	ВПЗ (сума одиниць у кожному рядку)	Сума десяткових значень показників зсуву S
1	11011001	1 - 2	10010001	3	20
2	10110011	1 - 3	01000001	2	
3	01100111	1 - 4	11001000	3	
4	11001110	1 - 5	10011001	4	
5	10011101	1 - 6	00011001	3	
6	00111011	1 - 7	01010000	2	
7	01110110	1 - 8	11001000	3	
8	11101100				

Таблиця 4

Перетворення кільцевого коду в ВПЗ двійковою логічною операцією *OR*

Номер рядка кільцевого коду	Структура рядків кільцевого коду	Номери рядків, між елементами яких виконується двійкове перетворення <i>OR</i>	Структура рядків МПЗ у результаті виконання операції <i>OR</i>	ВПЗ (сума одиниць у кожному рядку)	Сума десяткових значень показників зсуву S
1	11011001	1 - 2	1 1 1 1 1 0 1 1	7	50
2	10110011	1 - 3	1 1 1 1 1 1 1 1	8	
3	01100111	1 - 4	1 1 0 1 1 1 1 1	7	
4	11001110	1 - 5	1 1 0 1 1 1 0 1	6	
5	10011101	1 - 6	1 1 1 1 1 0 1 1	7	
6	00111011	1 - 7	1 1 1 1 1 1 1 1	8	
7	01110110	1 - 8	1 1 1 1 1 1 0 1	7	
8	11101100				

Порівняльну характеристику показників ВПЗ, отриманих логічними двійковими перетвореннями *XOR*, *AND* і *OR* наведено в табл. 5.

Таблиця 5

Порівняльна характеристика показників ВПЗ, отриманих логічними двійковими перетвореннями *XOR*, *AND* і *OR*

N	m	Структура першого рядка кільцевого коду	XOR-перетворення		AND-перетворення		OR-перетворення	
			Структура ВПЗ	Сума значень ВПЗ	Структура ВПЗ	Сума значень ВПЗ	Структура ВПЗ	Сума значень ВПЗ
7	2	0000011	244442	20	100001	2	344443	22
		0000101	424424	20	010010	2	434434	22
		0001001	442244	20	001100	2	443344	22
7	3	0000111	246642	24	210012	6	456654	30
		0001011	444444	24	111111	6	555555	30
		0010011	462264	24	102201	6	564465	30
		0010101	624426	24	021120	6	624426	24
7	4	0001111	246642	24	321123	12	567765	24
		0010111	444444	24	222222	12	666666	36
		0011011	462264	24	213312	12	675567	36
		0101011	624426	24	132231	12	756657	36
7	5	0011111	244442	20	433334	20	677776	40
		0101111	424424	20	343343	20	767767	40
		0110111	442244	20	334433	20	776677	40
8	4	00001111	2468642	32	3210123	12	5678765	44
		00010111	4464644	32	2212122	12	6676766	44
		00100111	4644464	32	2122214	12	6766676	44
		00110011	4840484	32	2024202	12	6864686	44
		01001011	6428246	32	1230321	12	7658567	44
		00101011	6444446	32	1222221	12	7666664	44
		01010101	8080808	32	0404040	12	8484848	44
8	5	00011111	2466642	30	4322234	20	8788878	50
		00101111	4446444	30	3332333	20	7778777	50
		00110111	4642464	30	3234323	20	7876787	50
		01010111	6262626	30	2424242	20	8686868	50
		01011011	6426246	30	2342432	20	8768678	50

Висновки

Побудована математична модель дає можливість сформулювати сімейства кільцевих кодів типів {000111} {010101} для кодових послідовностей будь-якої довжини та з будь-якою кількістю одиничних символів за умови, що кожний наступний рядок кодової послідовності кільцевого коду повторює попередній із одночасним кільцевим зсувом символів на один розряд ліворуч, а також дістати сукупність десяткових значень кодових послідовностей кільцевого коду у вигляді об'єднання двох множин, елементи яких визначаються за виведеними формулами.

Аналіз структури векторів показників зсуву кодових послідовностей класичного кільцевого коду дозволяє зазначити таке:

- ◆ усі вектори показників зсуву мають симетричну структуру;
- ◆ усі вектори показників зсуву, елементи яких отримані із застосуванням певної математичної операції *XOR*, *AND* або *OR*, мають однакову структуру для всіх кодових послідовностей;
- ◆ кількість елементів вектора показників зсуву, отриманих із застосуванням математичної операції *OR*, дорівнює сумі кількості елементів, отриманих із застосуванням математичних операцій *XOR* та *AND*.

Список використаної літератури

1. *Повышение качества функционирования сети будущего за счет использования кольцевых кодов* / Е. В. Гаврилко, С. И. Отрох, В. А. Ярош, Л. Н. Грищенко // *Вестник связи*. 2018. Вып. 2.
2. *Використання кільцевих кодів для побудови ефективного каналу передачі даних мережі майбутнього в умовах дії зовнішніх дестабілізуючих факторів* / С. І. Отрох, В. О. Ярош, О. А. Хахлюк, В. В. Скрипник // *Сучасний захист інформації*. 2017. №4 (32). С. 18–23.
3. *Дикарев А. В. Базовые кольцевые коды особого вида* // *Зв'язок*. 2015. №5 (117). С. 46–53.
4. *Дикарев А. В. Коды на основе двоичных колец* // *Системы управления, навигации та зв'язку*. 2014. № 1 (29). С. 50–53.
5. *Дикарев О. В. Постулаты кольцевых кодів* // *Зв'язок*. 2013. №5 (105). С. 53–56.

В. И. Кравченко, А. И. Голубенко, А. А. Дударева, О. О. Грищенко

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ВЕКТОРА ПОКАЗАТЕЛЕЙ СДВИГА

Приведена математическая модель формирования вектора показателей сдвига. Описан порядок преобразования кольцевого кода в вектор показателей сдвига с помощью логических операций XOR, AND или OR. Проанализированы свойства вектора показателей сдвига, на основании которых выведены формулы для определения функциональной зависимости сумм десятичных значений показателей смещения от общего количества элементов и количества единичных символов кодовой последовательности.

Ключевые слова: кольцевые коды; вектор показателей сдвига; код; матрица; двоичная логика.

V. I. Kravchenko, O. I. Holubenko, A. O. Dudareva, O. O. Hrischenko

MATHEMATICAL MODEL OF FORMING VECTOR SHIFT INDICATORS

The vector of displacement indicators is the sequence of decimal numbers formed by summing the number of units obtained by performing one of the binary transformations XOR, OR, AND (with or without negation) of the elements of the initial sequence (first line) of the ring code and the rest of its lines. It should be noted that the vector of displacement indicators is a group integral index of the whole ring code, not its separate line. Each line (code sequence) of a ring code is characterized by a delta factor — the distribution of null and single characters between the two extremes separated by the largest number of null characters for a given initial vector. Ring codes having a delta-type of a certain type form a family of ring codes. VCPs have certain useful properties for identifying ring codes. In particular, they allow the identification of the ring code by its length and the number of single characters in the code sequence, as well as determine the structure of most ring codes. However, the offset vectors cannot be identified by: straight and inverse ring codes, ring codes with symmetrical one-to-one structures of the basic configuration of code sequences, and a separate code sequence within the ring code. Certain deficiencies can be overcome by first distorting the ring code. An in-depth analysis of the set of decimal values of a family of ring codes of type 010101 made it possible to construct a mathematical model of the formation of code sequences of given length N at a given number of m single characters. The analysis of the structure of the vectors of the shift indicators of the code sequences of the classical ring code indicates that all the vectors of the shift indicators have a symmetrical structure.

Keywords: ring codes; vector of shift indicators; code; matrix; binary logic.

