

УДК 621.391

Н. М. ДОВЖЕНКО, Г. С. СРОЧИНСЬКА, М. Г. ТВЕРДОХЛІБ,  
Державний університет телекомунікацій, Київ

## ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ ВІТЕРБІ ДЛЯ ДЕКОДУВАННЯ ЗГОРТКОВИХ КОДІВ

**Розглянуто головні особливості використання одного з важливих видів завадостійкого кодування — згорткового кодування. Клас зазначених кодів дозволяє не лише виправляти широкий спектр помилок, а й ураховувати характер їх розподілу в каналі зв'язку. Першочергову увагу приділено алгоритму Вітербі, що забезпечує оптимальне (максимально правдоподібне) декодування переданої інформації.**

**Ключові слова:** згорткове кодування; алгоритм Вітербі; завадостійке кодування.

### Вступ

Поява комп'ютерних систем і мереж нового покоління істотно посилила увагу до питань передавання та захисту інформації з погляду точності й оригінальності.

Проте слід зазначити, що урізноманітнення інфокомунікаційних та інформаційних технологій, їх швидкий прогрес і конвергенція, зумовлюють розширення спектра типів мереж мобільного радіозв'язку та їх надзвичайну розгалуженість. Ці процеси супроводжуються стрімким зростанням попиту споживачів на новітні послуги та подальшим підвищенням вимог до надійності передавання інформації, її вірогідності та якості, а отже, постають усе нові й нові завдання.

Одним із найважливіших завдань є розробка та обґрунтування методики забезпечення вірогідності інформації в телекомунікаційних мережах. Передусім ідеться про визначення та розв'язання різноманітних наукових проблем і задач щодо кодування інформації, вибору типу кодів та алгоритмів їх використання.

Як один із найефективніших засобів досягнення вірогідності переданої інформації широко застосовується завадостійке кодування. Цей вид кодування спирається на введення певної додаткової надмірності в повідомлення, що підлягає передаванню. У результаті відбувається розширення використовуваної смуги частот і зменшення інформаційної швидкості передавання. Наприклад, у системах персонального радіовиклику (пейджингові системи) використовуються блокові циклічні коди. У стільникових системах зв'язку впроваджено як блокові, так і згорткові коди. Неперервні згорткові коди знайшли застосування в більшості супутникових систем зв'язку.

Як показує досвід, основним завданням завадостійкого кодування є побудова кодів із високою коригувальною здатністю, що, у свою чергу, забезпечує максимальний енергетичний вигравш від використання кодування за допустимого рівня ймовірності помилки, а також від розробки високоефективних алгоритмів їх декодування, що втілюється на практиці [1, с. 24-29].

### Основна частина

Один із головних чинників, без якого неможливо зробити вірний вибір коду, є характер розподілу помилок у каналі зв'язку.

Найбільш раціональними слід вважати системи передавання інформації, в яких надлишкові коди використовуються лише для виявлення помилок. Адже в реальних каналах часто спостерігаються пачки помилок завдовжки в кілька десятків чи сотень символів, для виправлення яких знадобився б код із довжиною кодової комбінації, вимірюваної тисячами чи й десятками тисяч розрядів, що технічно здійснити майже неможливо.

Коли характер розподілу помилок у каналі відомий, то це ще не означає, що такі помилки присутні тільки в одному каналі. Насправді характер помилок значною мірою залежить від використовуваного модема. Тому вибір модема і коду завжди слід розглядати як єдину задачу та шукати оптимальний її розв'язок.

Після з'ясування характеристик каналу зв'язку вибір коду здійснюють з огляду на ймовірність помилки. За цим параметром перевагу надають кодам, для яких ймовірність  $P_{н.п}$  невиявлення помилки менша за  $P_{пом.доп}$  — допустиму ймовірність помилки.

Розглянемо ситуацію, коли відомі два шляхи на кодовій ґратці. Будемо вважати, що верхній нульовий шлях правильний, проте декодер вибирає нижній. Такий вибір може бути зроблений через виокремлення метрики (частини від точки розбіжності до першої точки збігу правильного і неправильного шляхів) на кодовій ґратці. Такі події, що призводять до помилок у вузлах, дістали назву *вузлових помилок*, наприклад у вузлах  $i$ ,  $j$  та  $k$ . Нехай при цьому можна оцінити ймовірність вузлової помилки у вузлі  $j$ .

© Н. М. Довженко, Г. С. Срочинська, М. Г. Твердохліб, 2016

Метрика, що її буде отримано, відрізнятиметься в разі вибору будь-якого іншого шляху передавання інформації.

Отже, маємо:

$$P_e(j) \leq P_r [x'_j \in X'(j) \{ \Delta M(x'_j, x_j) \geq 0 \}], \quad (1)$$

де  $x'$  — неправильний шлях, що відходить від правильного шляху у вузлі  $j$ ;  $X'(j)$  — множина всіх таких шляхів, яка називається *неправильною підмножиною* вузла  $j$ ;  $\Delta M(x'_j, x_j)$  — різниця між виокремленою метрикою цього шляху та правильним шляхом  $x_j$  на сегменті збігу.

Використовуючи адитивні межі, дістаємо таку більш зручну, але менш сильну межу:

$$P_e(j) \leq P_r \left[ \sum_{x'_j \in X'(j)} \{ \Delta M(x'_j, x_j) \geq 0 \} \right]. \quad (2)$$

Кожний елемент у правій частині виразу (2) являє собою попарну ймовірність помилки для двох кодових векторів на сегменті незбігу шляхів. Якщо сумарна відстань Хеммінга між кодовими векторами  $x_i$  та  $x'_j$  (на сегменті їх незбігу)  $d(x_i, x'_j) = d$ , то попарна ймовірність помилки в каналі із симетричним виходом може бути оцінена за допомогою межі Бхаттачарія:

$$P_d \leq \exp \left[ d \ln \sum_y \sqrt{p_0(y) p_i(y)} \right], \quad (3)$$

де  $p_i(y)$  — умовна перехідна ймовірність отримання на виході каналу  $y$  за умови, що вхідний символ дорівнював  $i$  ( $i = 0; 1$ ).

Цей вираз можна подати у зручнішій формі:

$$P_d \leq Z^d, \quad (4)$$

де

$$Z \equiv \sum_y \sqrt{p_0(y) p_i(y)}. \quad (5)$$

Таким чином, якщо відомі  $a(d)$  неправильних шляхів, що містяться на відстані Хеммінга  $d$  від правильного шляху на сегменті незбігу, то з (1) – (4) дістаємо:

$$P_e(j) \leq \sum_{d=d_f}^{\infty} P_r \left\{ \begin{array}{l} \text{помилки, зумовлені одним із } a(d) \text{ неправильних шляхів,} \\ \text{що від правильного віддалені на відстань } d \leq \sum_{d=d_f}^{\infty} a(d) P_d \leq \sum_{d=d_f}^{\infty} a(d) Z^d \end{array} \right\}, \quad (6)$$

де  $d_f$  — мінімальна відстань між правильним і неправильним шляхами.

Зазначена адитивна межа Бхаттачарія аналогічна як для згорткових, так і для блокових кодів.

Коли йдеться про оцінку ймовірності помилки на біт, важливо зауважити, що математичне сподівання кількості двійкових помилок (тобто спотворення окремих двійкових символів), зумовлюване неправильними шляхами, що відокремлюються у вузлі  $j$ , може бути зменшене множенням, або «зважуванням» кожного елемента адитивної межі на кількість двійкових помилок, що виникають через вибір відповідних неправильних шляхів.

Загальна кількість таких двійкових помилок буде дорівнювати кількості символів 1 в інформаційній послідовності на сегменті незбігу за припущення, що нульовий інформаційний шлях правильний (у каналі із симетричним виходом це завжди можливо без будь-якої втрати цілісності).

Для математичного сподівання кількості двійкових помилок, породжуваних неправильними шляхами, що відокремлюються у вузлі  $j$ , дістаємо таке співвідношення:

$$E[n_b(j)] \leq \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d=d_f}^{\infty} ia(d,i) P_d \leq \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d=d_f}^{\infty} ia(d,i) Z^d, \quad (7)$$

де  $a(d, i)$  — кількість шляхів, що відокремлюються від правильного у вузлі  $j$  і перебувають на відстані  $d$  від цього самого шляху, що має  $i$  символів 1 згідно з інформаційною послідовністю на сегменті незбігу.

Значення  $a(d, i)$  є коефіцієнтами породжувальної функції  $T(D, I)$ . Відповідно, розширену породжувальну функцію в загальному випадку може бути подано у вигляді ряду:

$$T(D, I) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d=d_f}^{\infty} a(d, i) D^d I^i. \quad (8)$$

Похідна в точці  $I = 1$  матиме вигляд

$$\left. \frac{\partial T(D, I)}{\partial I} \right|_{I=1} = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d=d_f}^{\infty} ia(d, i) D^d. \quad (9)$$

Порівнявши (7) і (9), знайдемо:

$$E[n_b(j)] \leq \left. \frac{\partial T(D, I)}{\partial I} \right|_{I=1, D=Z}. \quad (10)$$

Цей вираз являє собою межу математичного сподівання кількості двійкових помилок, що виникають через неправильно вибраний шлях, який відходить від правильного в довільний вузол  $j$ .

У разі використання кодів зі швидкістю  $1/n$  кожний вузол (ребро) містить один біт інформації, що вводиться в кодер чи декодер. Тому ймовірність помилки на біт визначається через математичне сподівання кількості двійкових помилок на один декодований двійковий символ [4, с. 144].

Для забезпечення заданої швидкості передавання інформації потрібно вибрати код із мінімальною необхідною кількістю перевірних розрядів, які забезпечують значення  $P_{\text{н.п}}$ . При цьому слід пам'ятати, що основні виявляльні властивості кодів визначаються не тільки кількістю перевірних розрядів, а й відомою перевірних співвідношень. Коли ж ідеться про циклічні коди, то й твірним поліномом [2, с. 333-339].

Для підвищення завадостійкого передавання інформації при дії різних завад широкого застосування в сучасних цифрових телекомунікаційних системах набули **згорткові коди**.

Згортковий код забезпечує пряме виправлення помилок, коли кодована послідовність утворюється алгоритмічно завдяки використанню поточних бітів даних, до яких додаються деякі з попередніх бітів даних із вхідного потоку. У разі дистанційного передавання даних, згортковий код є універсальним типом коду з виправленням помилок, в якому:

*по-перше*, кожний  $m$ -бітовий інформаційний символ (кожний  $m$ -бітовий рядок), який має кодуватися, перетворюється на  $n$ -бітовий символ, де  $m/n$  — швидкість кодування ( $n \geq m$ );

*по-друге*, таке перетворення є функцією останніх  $k$  інформаційних символів, де  $k$  — довжина кодового обмеження коду.

Нерекурсивні згорткові коди, що використовуються разом із декодуванням за алгоритмом Вітербі, становлять сьогодні особливо популярний клас завадостійких кодів. Такі коди знайшли своє місце в каналах із двійковими сигналами, так само як і зовнішні коди у складі сигнально-кодових конструкцій.

Проте останнім часом головну увагу стали приділяти рекурсивним згортковим кодам. Це й не дивно, адже ці коди включають у себе ланцюжок зворотного зв'язку, який охоплює кодувальний регістр. Наголосимо, що з моменту винаходу Р. Макелайсом згорткових кодів (1955 р.) і дати публікації А. Вітербі алгоритму для їх декодування (1967 р.) у теорії кодування питання про використання зворотного зв'язку в структурах кодерів згорткових кодів не розглядалося [6, с. 711].

Усі основні зусилля було спрямовано на дослідження властивостей нерекурсивних згорткових кодів за сценарієм, в якому кожний етап був методичним «трампліном» для переходу до наступного етапу: дослідження двійкових згорткових кодів, розробка теорії недвійкових нерекурсивних згорткових кодів, розробка зовнішніх двійкових і недвійкових кодів.

Зрештою найширшого використання набув згортковий код структури  $1/2$ , який застосовується в простих наземних (місцевих) каналах телефонного зв'язку стандарту GSM, коли головне завдання полягає в підвищенні вірогідності прийому за найбільшого значення енергії на біт у цифровому потоці на вході ресивера.

Для ретрансляції телевізійних цифрових програм через супутники при використанні квадратурно-фазової маніпуляції носійної (QPSK) код структури  $1/2$  не буде оптимальний. Доцільніше застосовувати згорткові коди складних структур, такі як код зі структурою  $2/3$ .

У цьому разі можна виокремити основні характеристики кодера.

1. Швидкість коду  $r = k/n$ , де  $k$  — кількість вхідних символів, а  $n$  — кількість символів на виході кодера. У нашому випадку  $k = 2$ ,  $n = 3$ .

2. Пам'ять  $m$  кодера — це загальна довжина регістрів зміщення, використовуваних кодером (у даному разі  $m = 3$ ).

3. Кодове обмеження  $K$  — це кількість символів на вході кодера, що впливають на  $n$  символів на його виході (у даному випадку  $K = 4$ ).

Для того щоб декодувати згортковий код, використовують алгоритм Вітербі. Він має корисні особливості, однією з яких є простота реалізації при помірних значеннях кодового обмеження. Алгоритм Вітербі покликаний реалізувати оптимальне (максимально правдоподібне) декодування як рекурентний пошук на кодовій ґратці шляху, найближчого до послідовності, що приймається.

Після декодування отримується інформація в такому вигляді, в якому її передавали, що свідчить про ефективність використання цього коду.

Основні критерії кодера та декодера — це ймовірність помилки  $P_{\text{пом}}$  та коефіцієнт шуму  $E/N$ .

У нашому випадку  $E/N = 4$  дБ;  $P_{\text{пом}} = 10^{-4}$ , що задовольняє всі сучасні вимоги.

### Висновки

◆ Коди зі структурою  $1/2$  характеризуються високим ступенем надлишковості, а це призводить до суттєвого зниження пропускної здатності каналу телекомунікаційної системи. З огляду на це було запропоновано й упроваджено код зі структурою  $2/3$ .

◆ Запропонований код на практиці довів свою ефективність у разі ретрансляції телевізійних цифрових програм через супутники при використанні квадратурно-фазової маніпуляції носійної. Здобутий результат задовольняє всі сучасні вимоги до швидкості та вірогідності передавання даних.

#### Список використаної літератури

1. Питерсон, У. Коды, исправляющие ошибки / У. Питерсон.— М.: Мир, 1964.— 358 с.
2. Шеннон, К. Е. Работы по теории информации и кибернетике / К. Е. Шеннон.— М.: ИИЛ, 1963.— 829 с.
3. Витерби, А. Д. Принципы цифровой связи и кодирования / А. Д. Витерби, Дж. К. Омура; пер. с англ. под ред. К. Ш. Зиганги-рова.— М.: Радио и связь, 1982.— 536 с.
4. Кларк, Дж. мл. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи / Дж. мл. Кларк, Дж. Кейн.; пер. с англ. под ред. Б. С. Цыбакова.— М.: Радио и связь, 1987.— 392 с.
5. Блейхут, Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р. Блейхут.— М.: Мир, 1986.— 576 с.
6. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр; пер. с англ. под ред. А. В. Назаренко.— М.: Изд. дом «Вильямс», 2003.— 1104 с.

Рецензент: доктор техн. наук, професор **Б. Ю. Жураковський**, Державний університет телекомунікацій, Київ.

*Н. М. Довженко, А. С. Срочинская, Н. Г. Твердохлеб*

#### ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ВИТЕРБИ ДЛЯ ДЕКОДИРОВАНИЯ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ

Рассмотрены главные особенности использования одного из важных видов помехоустойчивого кодирования — сверточного кодирования. Класс указанных кодов позволяет не только исправлять широкий спектр ошибок, но и учитывать характер их распределения в канале связи. Первоочередное внимание уделяется алгоритму декодирования Витерби, обеспечивающему оптимальное (максимально правдоподобное) декодирование передаваемой информации.

**Ключевые слова:** сверточное кодирование; алгоритм Витерби; помехоустойчивое кодирование.

*N. M. Dovzhenko, A. S. Srochinska, M. G. Tverdokhlib*

#### USING THE VITERBI ALGORITHM FOR DECODING OF CONVOLUTIONAL CODES

This article is about the main features of one of the most effective types of noise-immune coding, like convolutional coding. That class of codes can correct errors broad class and also take into account the distribution of errors in the communication channel. Particular attention is given to Viterbi decoding algorithm, which aims to realize the best (most plausible) decoding.

**Keywords:** convolutional coding; Viterbi algorithm; noise immunity.

УДК 621.03.9

**Ю. Ю. ГОНЧАРЕНКО**<sup>1</sup>, доктор техн. наук, доцент;

**М. М. ДИВИЗИНЮК**<sup>1</sup>, доктор физ.-мат. наук, професор;

**Н. В. КОНОВАЛЕНКО**<sup>2</sup>, аспірант;

**С. В. ЛАЗАРЕНКО**<sup>2</sup>, канд. техн. наук, доцент,

<sup>1</sup> Інститут геохімії оточуючої середовища НАН України, Київ;

<sup>2</sup> Государственный университет телекоммуникаций, Киев

### РАЗРАБОТКА ОСНОВ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ СРЕДЫ И РЕЛЬЕФА НА ДАЛЬНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ

Приведены основные закономерности влияния конфигурации поверхности Земли и рельефа местности на распространение электромагнитных волн. Показано, что в случае положительного рельефа местности (возвышенности, холмы, горы) зона видимости будет располагаться перед ними и над ними. За естественным препятствием образуется зона тени. Она укрывает цели, располагающиеся над линией видимого горизонта, построенной относительно условно проведенной поверхности. Отрицательный рельеф в виде оврагов, каньонов, ущелий, низменностей также увеличивает зону тени. Они позволяют целям, находящимся ниже условно проведенной поверхности Земли, скрытно приближаться к охраняемым объектам.

Рассмотрены виды рефракции в приземных слоях атмосферы. Показано, что при нормальной рефракции радиолокационные лучи распространяются прямолинейно. При отрицательной рефракции они уходят вверх и дальность обнаружения уменьшается. При положительной рефракции они огибают земную поверхность и дальность обнаружения возрастает. Влияние рефракции на дальность обнаружения радиолокационных целей оценивается коэффициентом аномалии среды.

Даны основы расчета геометрической и ожидаемой дальности обнаружения радиолокационных целей. Предложены соотношения между энергетической, геометрической и ожидаемой дальностью обнаружения радиолокационных целей. Рассмотрены статистические закономерности радиолокационного обнаружения, и оценены возможности статистической проверки значений площади отражающих поверхностей радиолокационных целей.

**Ключевые слова:** рельеф; рефракция; геометрическая дальность обнаружения; ожидаемая дальность обнаружения; диэлектрическая проницаемость.

#### Введение

Обеспечение национальной безопасности и сокращение террористических угроз представляет собой актуальную государственную проблему Украины. Одним из направлений решения частных задач уменьшения террористических угроз является контроль обстановки в санитарных и иных контролируемых зонах на подходах к охраняемым потенциально опасным объектам [1-3].

© Ю. Ю. Гончаренко, М. М. Дивизинюк, Н. В. Коноваленко, С. В. Лазаренко, 2016