

УДК 621.391

Н. В. КОРШУН, канд. техн. наук,
Державний університет телекомунікацій, Київ

КУСКОВО-СТАЦІОНАРНА МОДЕЛЬ ВИСОКОШВИДКІСНОГО КАНАЛУ З ПАМ'ЯТТЮ

Запропоновано математичну модель нестационарного каналу з пам'яттю, що враховує специфіку високих швидкостей передавання інформації, дозволяючи дослідити довільні конфігурації незалежних та корельованих помилок.

Ключові слова: канал з пам'яттю; імовірність появи помилки; якість передавання інформації; пакети помилок.

Вступ

Відомі сьогодні моделі каналів із пам'яттю, як правило, не повною мірою враховують специфіку високих швидкостей передавання інформації, а також наявну в багатьох практично важливих випадках нестационарність каналних характеристик, тобто можливість змін у часі якості зазначених каналів. Окрім того, наявні моделі зазвичай не дозволяють дослідити довільні конфігурації незалежних і корельованих (тобто таких, що являють собою пакети) помилок або характеризуються значною обчислювальною складністю.

Мета статті — розробити загальну, достатньо точну та ефективну математичну модель нестационарного каналу з пам'яттю, максимально позбавлену згаданих недоліків.

Основна частина

Для врахування нестационарного характеру поточної якості використовуваного каналу розіберемо сеанс зв'язку на Q в загальному випадку не рівних між собою та неперервних часових інтервалів, на кожному з яких якість передавання інформації приблизно стала. До того ж із деякою апріорно заданою точністю цю якість можна охарактеризувати середніми на даному інтервалі значеннями ймовірності появи незалежних $p_n^{(j)}$ та корельованих $p_n^{(j)}$ помилок, причому

$$p_0^{(j)} + p_n^{(j)} + p_n^{(j)} = 1; \forall j \in [1, Q], \tag{1}$$

де p_0 — середня ймовірність безпомилкового передавання на j -му часовому інтервалі.

У загальному випадку $p_0^{(k)} \neq p_0^{(l)}$, $p_n^{(k)} \neq p_n^{(l)}$ та $p_n^{(k)} \neq p_n^{(l)}$ при $k \neq l$; $k, l \in [1, Q]$.

Здійснюючи на кожному кроці перевірку відсутності або наявності пакета помилок і вводячи фіксовані для кожного часового інтервалу середні значення ймовірностей переходів $p_{00}^{(j)}, p_{01}^{(j)}, p_{11}^{(j)}, p_{10}^{(j)}$ та $\bar{p}_{00}^{(j)}, \bar{p}_{01}^{(j)}, \bar{p}_{11}^{(j)}, \bar{p}_{10}^{(j)}$ (за наявності відповідно незалежних і корельованих помилок передавання), зводимо кусково-стаціонарну модель досліджуваного каналу до складеної напівмарковської системи з двох однозв'язних (простих) інтервально-однорідних марковських ланцюгів із двома станами в кожному та напівмарковським управлінням (напівмарковськими перемикуваннями). Таке вкладення в дискретну напівмарковську модель цілком коректно, оскільки система випадкових процесів, що розглядається, має необхідні спеціальні властивості напівмарковської (марковської) регенерації. Тут підрядкові символи (00); (01); (11) і (10) при перехідних ймовірностях позначають відповідно ймовірність безпомилкового передавання на даному кроці за умови безпомилкового передавання на попередньому кроці; ймовірність появи помилки на даному кроці за умови безпомилкового передавання на попередньому кроці; ймовірність появи помилки на даному кроці за наявності помилки на попередньому кроці та ймовірність безпомилкового передавання на даному кроці за наявності помилки на попередньому кроці. При цьому для кожного кроку маємо:

$$\left. \begin{aligned} p_{00}^{(j)} + p_{01}^{(j)} = 1 \text{ і } p_{10}^{(j)} + p_{11}^{(j)} = 1, \\ \bar{p}_{00}^{(j)} + \bar{p}_{01}^{(j)} = 1 \text{ і } \bar{p}_{10}^{(j)} + \bar{p}_{11}^{(j)} = 1, \end{aligned} \right\} \forall j \in [1, Q], \tag{2}$$

тобто матриці переходів $\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} \bar{p}_{00} & \bar{p}_{01} \\ \bar{p}_{10} & \bar{p}_{11} \end{pmatrix}$ стохастичні.

У загальному випадку

$$p_{mn}^{(k)} \neq p_{mn}^{(l)} \text{ і } \bar{p}_{mn}^{(k)} \neq \bar{p}_{mn}^{(l)} \text{ при } k \neq l; \forall m, n \in [1, Q].$$

Схему алгоритму обчислень, виконуваних за запропонованою кусково-стаціонарною моделлю каналу з пам'яттю наведено на рис. 1, де входами і виходами з номерами від 0 до 3 та 5 позначено підпрограми обробки корельованих помилок «Пакет» та «Пакет-М». Схему алгоритму обчислень за першою підпрограмою наведено на рис. 2, а за другою — на рис. 3.

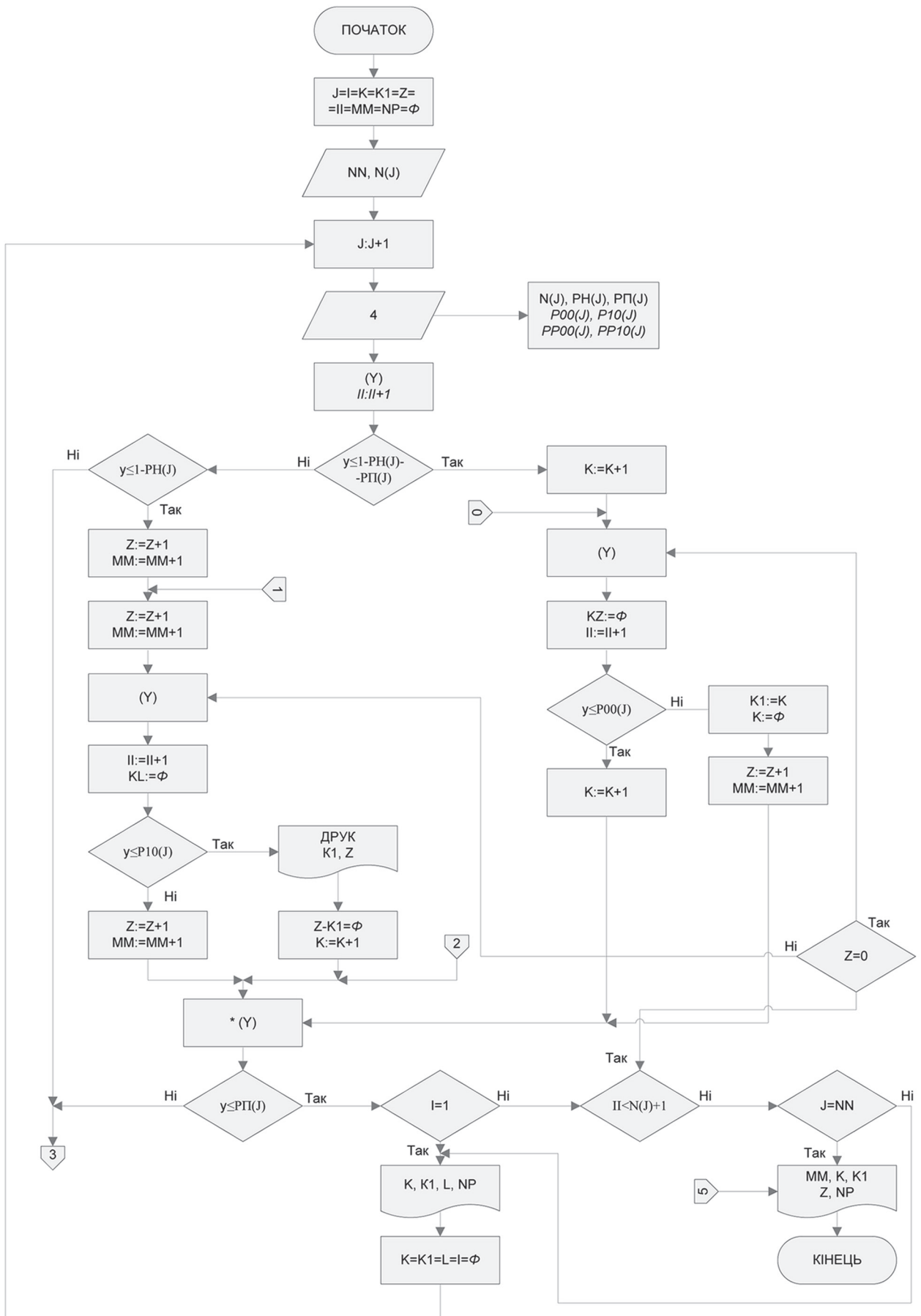


Рис. 1. Схема алгоритму обчислення за кусково-стаціонарною моделлю високошвидкісного каналу з пам'яттю

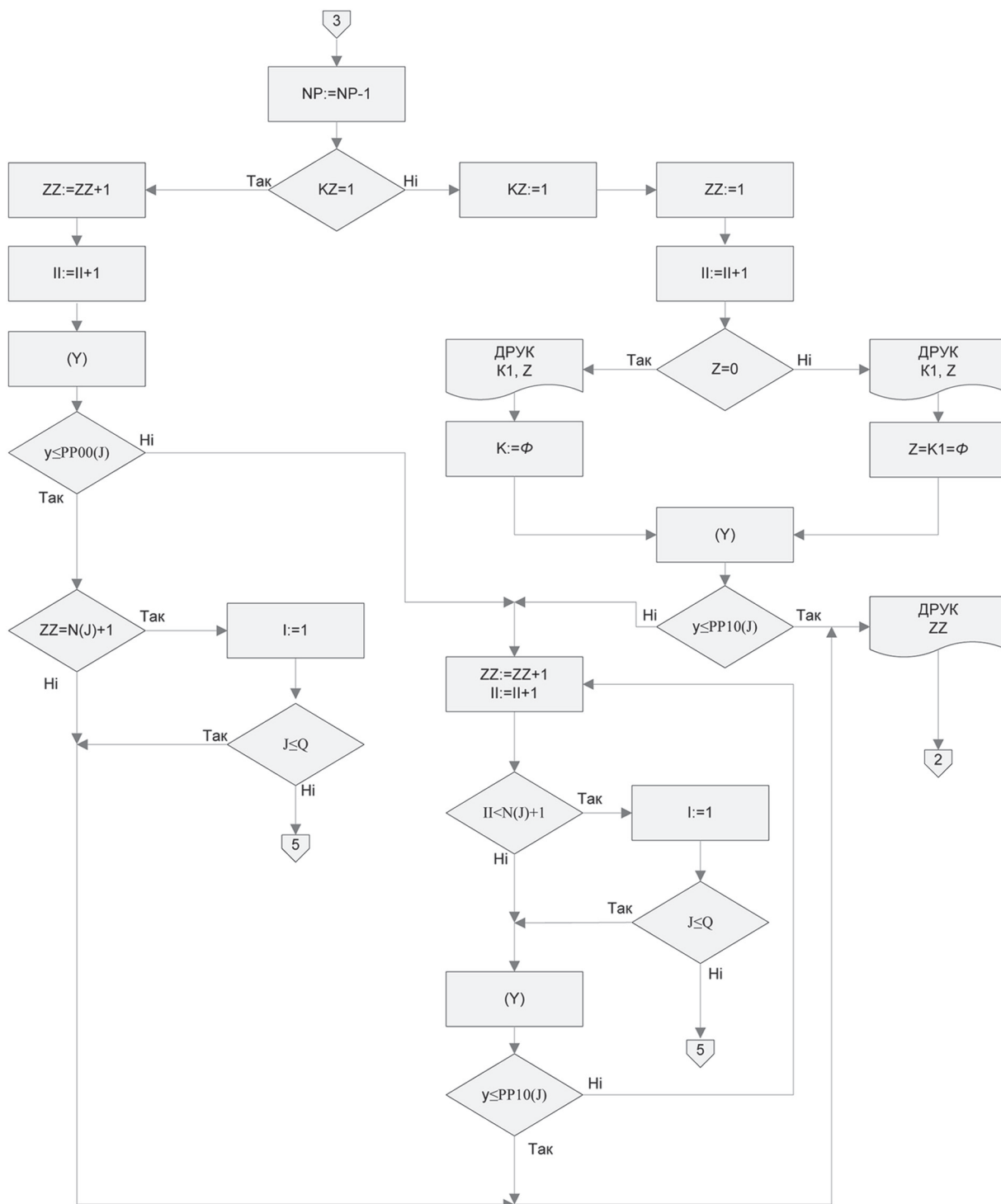


Рис. 2. Схема алгоритму обчислень за підпрограмою «Пакет»

Головна відмінність між цими підпрограмами полягає в тому, що згідно з другою довжини чергових пакетів помилок визначаються попередньо — відповідно до випадкового закону розподілу, що характеризує статистику появи серій корельованих помилок у реальному каналі.

На схемах використано такі позначення:

NN — розмірність масиву символів, що передаються за сеанс;

$N(j)$ — права межа j -го часового інтервалу, тобто момент «переходу» від j -го до $(j+1)$ -го часового інтервалу ($N(Q) = NN$);

NP, II, MM, K, Z, IK, ZZ — вміст лічильника відповідно кількості пакетів, кількості кроків, кількості поодиноких незалежних помилок, кількості кроків у безпомилковій серії, кількості поодиноких помилок на поточному інтервалі стаціонарності, кількості помилок у пакеті, загальної кількості символів у пакеті («довжини» пакета корельованих помилок);

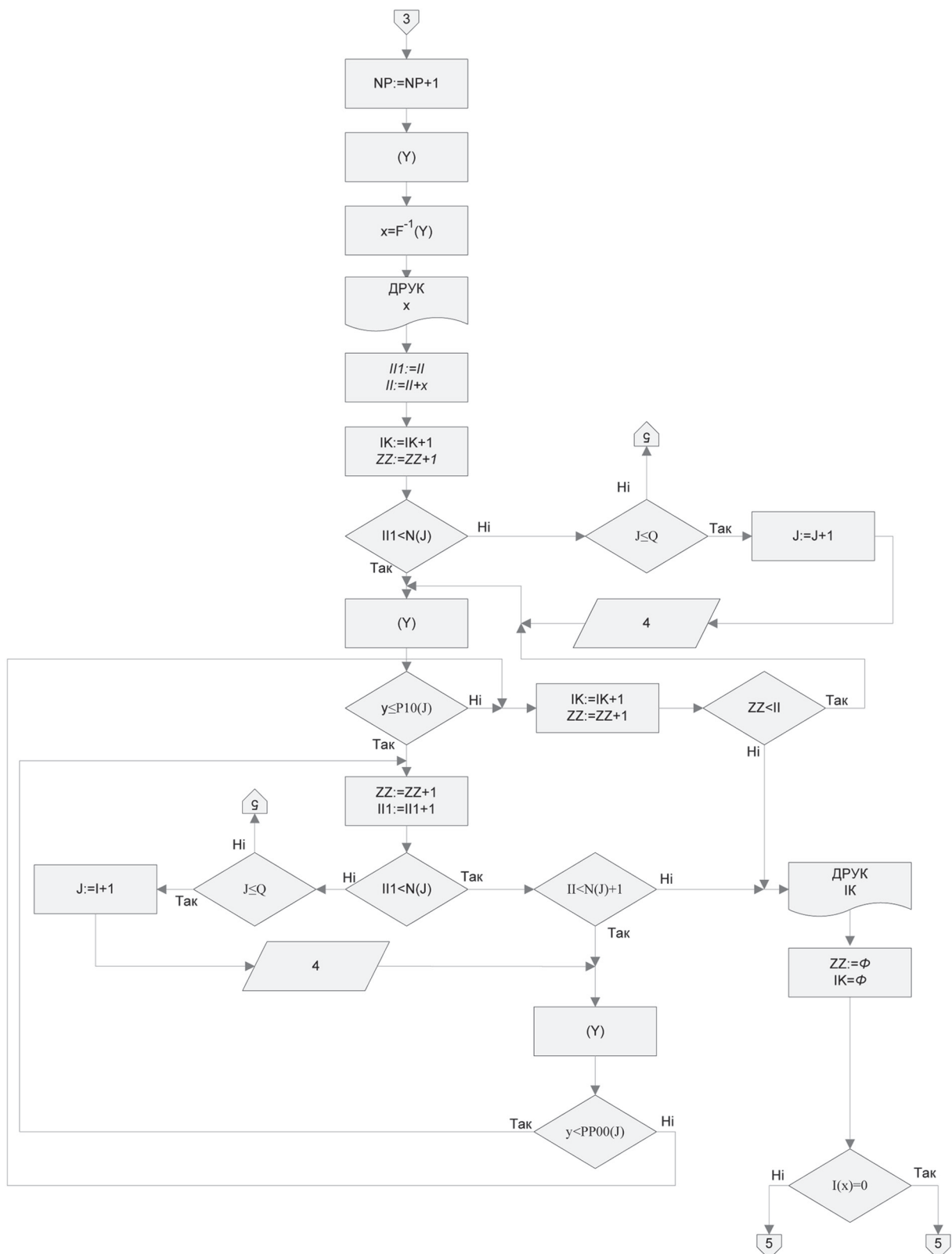


Рис. 3. Схема алгоритму обчислень за підпрограмою «Пакет-М»

KL — ознака, що вказує, який раз підряд з'являється пакет корельованих помилок;

I — ознака, що вказує момент переходу від j -го до $(j+1)$ -го стану для тих випадків, коли даний перехід відбувся «всередині» пакета корельованих помилок.

Використовуються стандартні підпрограми генерації випадкових чисел із рівномірним законом розподілу. Пропонована модель може бути додатково вдосконалена завдяки рандомізації процесу визначення меж інтервалів стаціонарності. Схему підпрограми відшукування поточного значення $N(j)$

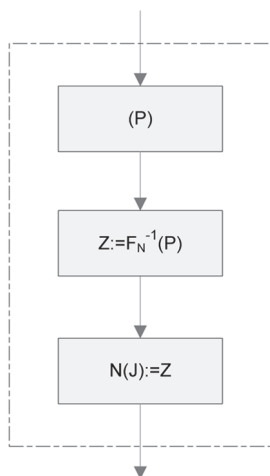


Рис. 4. Схема алгоритму обчислень за модифікованою програмою визначення меж інтервалів стаціонарності

наведено на рис. 4. При цьому використовуваний випадковий закон E_N має адекватно відбивати реальні статистичні характеристики змін у часі відношення сигнал/шум (вірогідності передавання) у досліджуваному каналі. Зауважимо, що у відомих моделях каналів із пам'яттю найчастіше використовується геометричний розподіл «довжин» пакетів корельованих помилок, за якого найбільш імовірними є короткі пакети. Проте це не відповідає випадку високошвидкісного зв'язку, оскільки середня «довжина» пакетів каналних корельованих помилок, як правило, швидко збільшується зі зростанням швидкості передавання інформації, а середня «довжина» пакетів апаратурних корельованих помилок зазвичай інваріантна щодо значення даної швидкості. При цьому можна показати, що в деяких важливих практичних додатках реальний розподіл довжин пакетів асимптотично підпорядковується суперпозиції експоненціального та нормального законів

$$\Gamma(k_1 \lambda; k_2, \bar{a}, \sigma_a) = k_1 e^{-\lambda_B t} - k_2 \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\bar{a})^2}{2\sigma_a^2}}, \forall t > 0. \quad (3)$$

Тут Γ — щільність розподілу «довжин» пакетів корельованих помилок; \bar{a} — середня «довжина» пакета каналних корельованих помилок,

$$\bar{a} = kR + \Delta T_{BC} p(\bar{a}), \quad (4)$$

де R — швидкість передавання інформації по досліджуваному каналу; k — коефіцієнт пропорційності, що характеризує ймовірність появи корельованих помилок у системі з відомих методом передавання інформації по каналу із заданим законом зміни якості; ΔT_{BC} — середній час відновлення синхронного стану приймача сигналів при його зриві з імовірністю $p(\bar{a})$ внаслідок появи пакета середньої «тривалості» \bar{a} ;

σ_a — середньоквадратичне відхилення «довжин» a пакетів каналних корельованих помилок від середнього значення; λ_B — параметр експоненціального закону розподілу «довжин» пакетів апаратурних корельованих помилок; k_1, k_2 — вагові коефіцієнти, що характеризують співвідношення відповідно між апаратурними та каналними корельованими помилками, наявне в досліджуваному реальному каналі,

$$\frac{k_1}{\lambda_B} + \frac{k_2}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{\bar{a}}{\sigma_a} \right) \right\} = 1. \quad (5)$$

Зазначена специфіка закону розподілу довжин корельованих помилок у високошвидкісних каналах із пам'яттю може бути порівняно просто врахована в алгоритмі кодування «Пакет-М». При цьому довжина x поточного пакета корельованих помилок визначається за формулою

$$x = [F^{-1}(y)], \quad (6)$$

де $F(\cdot)$ — інтегральний закон розподілу довжин пакетів.

Тоді алгоритм обчислення величини x має вигляд

$$\Gamma(t) \rightarrow y: F(x) = \int_0^x \Gamma(t) dt \rightarrow x = F^{-1}(y) \rightarrow x: [x].$$

Скориставшись методом нев'язок розв'язків, можна показати також, що коли виконується характерна для високошвидкісних каналів умова $(1/\lambda_B) \gg \bar{a}$, то мають місце тільки порівняно «короткі» або дуже «довгі» пакети помилок, розподіл довжин яких достатньо точно описується відповідно першим або другим доданком композиційного закону (3). При цьому в останньому випадку появи «довгих» пакетів корельованих помилок значення величини x можна бути знайти з такої інтерполяційної формули:

$$x \cong \sigma_a \left\{ \bar{a} + W - \frac{2,515517 + 0,802853W + 0,010328W^2}{0,9984242 + 1,432788W + 0,189269W^2 + 0,001308W^3} \right\}, \quad (7)$$

де величина W визначається за формулою

$$W \doteq \left. \begin{aligned} & \sqrt{\ln \frac{1}{(1-p^*)^2}}, \forall p^* \in [0,5; 1], \\ & \sqrt{\ln \frac{1}{(p^*)^2}}, \forall p^* \in [0; 0,5], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

а значення p^* задається співвідношенням

$$p^* \doteq \frac{y - k_1}{k_2} + \Phi\left(\frac{\bar{a}}{\sigma_a}\right). \quad (9)$$

Висновки

Запропонована й описана кусково-стаціонарна модель каналу з пам'яттю являє собою узагальнення моделі Гільберта–Елліота на вельми важливий у теоретичному й, особливо, у практичному плані випадок змінної в часі якості передавання інформації, а отже, неоднакових значень параметрів ланцюгів Маркова для різних часових інтервалів.

Окрім того, пропонується модель припускає в принципі довільну скінченну множину часових інтервалів з неідентичними в загальному випадку характеристиками та тривалістю.

Таким чином, синтезована модель являє собою також узагальнення відомої кусково-стаціонарної моделі Попова–Турина, в якій передбачається наявність лише «поганого» та «хорошого» станів каналів, причому останній характеризується безпомилковим передаванням інформації. Тому застосування розробленої моделі дозволяє досліджувати довільні конфігурації незалежних і корельованих помилок N та з достатньою для практики точністю враховувати нестаціонарність реальних характеристик використовуваних каналів, а також специфіку високошвидкісного передавання інформації. При цьому одноз'язність та інтервальна однорідність марковських ланцюгів із мінімальною кількістю станів, а також напівмарковський характер управління (перемикань) забезпечує істотне спрощення пропонованої моделі порівняно з відомими.

Використання такої моделі високошвидкісного каналу з пам'яттю дозволяє порівняно просто та з достатньою точністю досліджувати властивості широкого класу реальних ліній зв'язку, отримуючи коректні порівняльні оцінки ефективності застосування різних методів і способів передавання цифрової інформації.

Література

1. **Стеклов, В. К.** Теорія електричного зв'язку / В. К. Стеклов, Л. Н. Беркман.— К.: Техніка, 2006.— 550 с.
2. **Теория передачи сигналов** / [А. Г. Зюко, Д. Д. Кловский, М. В. Назаров, Л. М. Финк].— М.: Связь, 1980.— 288 с.
3. **Васильев, К. К.** Математическое моделирование систем связи / К. К. Васильев, М. Н. Служивый.— Ульяновск: УлГТУ, 2008.— 170 с.
4. **Блох, Э. Л.** Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации / Э. Л. Блох, О. В. Попов, В. Я. Турин.— М.: Связь, 1971.— 254 с.

Рецензент: доктор техн. наук, професор Б. Ю. Жураковський, Державний університет телекомунікацій, Київ.

Н. В. Коршун

КУСОВНО-СТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО КАНАЛА С ПАМЯТЬЮ

Предложена математическая модель нестационарного канала с памятью, учитывающая специфику высоких скоростей передачи информации и позволяющая исследовать произвольные конфигурации независимых и коррелированных ошибок.

Ключевые слова: канал с памятью; вероятность появления ошибки; качество передачи информации; пакеты ошибок.

N. V. Karshun

PIECEWISE-STATIONARY MODEL OF HIGH-SPEED CHANNEL WITH MEMORY

A mathematical model of non-stationary channel with memory, which takes into account the specifics of high-speed transmission of information and allowing to investigate arbitrary configuration of independent and correlated errors.

Keywords: channel memory; the probability of error; the quality of information transfer; error burst.