

УДК 004.942

DOI: 10.31673/2412-9070.2026.318101

О. О. ГЕЙКО, аспірант;

ORCID: 0009-0006-3279-8274

І. А. ВАРАВА, канд. техн. наук, доцент;

ORCID: 0000-0001-9874-016X

А. В. ВДОВИНА, студентка;

ORCID: 0009-0001-1116-708X

Г. С. ПУХА, молодший науковий співробітник,

ORCID: 0000-0001-5728-1577

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МЕТОД ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ ЗА КРИТЕРІЯМИ ТОЧНОСТІ ТА РЕСУРСНОЇ ЗДІЙСНЕННОСТІ

У статті наведено формальний опис алгоритму визначення допустимої області параметрів дискретної математичної моделі поширення акустичних хвиль для задач валідації за даними натурних вимірювань. Ключовою практичною проблемою, яку розв'язує алгоритм, є необхідність одночасного виконання кількох вимог: чисельної коректності моделювання, ресурсної здійсненності за умов обмежених обчислювальних ресурсів та достатньої узгодженості результатів моделювання з експериментальними спостереженнями відповідно до заданої метрики точності. У типових процесах валідації підвищення чисельної роздільної здатності або деталізації моделі може покращувати точність, однак водночас збільшує час виконання та споживання пам'яті, що робить багато конфігурацій непридатними для повторних прогонів і параметричних досліджень. Тому, необхідна систематична та відтворювана процедура ідентифікації набору конфігурацій параметрів, які забезпечують цільову точність і залишаються здійсненними на наявному апаратному забезпеченні.

Запропонований алгоритм ґрунтується на послідовному відборі (фільтрації) конфігурацій параметрів за каскадом критеріїв. Спочатку конфігурації перевіряються на чисельну коректність з метою виключення варіантів, що порушують умови стійкості або інші умови валідності та можуть призводити до нефізичних результатів чи розбіжності розрахунку. Далі для конфігурацій, що пройшли чисельний фільтр, вимірюються обчислювальні витрати (час виконання та, за наявності, використання пам'яті) і порівнюються з наперед заданими лімітами для підтвердження ресурсної здійсненності. На наступному етапі точність моделі оцінюється шляхом порівняння змодельованих сигналів з експериментальними даними за визначеною метрикою і зберігаються лише конфігурації, що задовольняють порогове значення точності. За потреби алгоритм доповнюється етапом перевірки самоузгодженості: результати кандидатної конфігурації порівнюються з контрольним розрахунком підвищеної чисельної точності (наприклад, із уточненою дискретизацією), щоб відхилити конфігурації, для яких не забезпечується прийнятна збіжність.

У результаті алгоритм формує множину допустимих конфігурацій параметрів, які одночасно відповідають апаратним обмеженням і забезпечують потрібну точність, що створює практичну основу для відтворюваного та інтерпретованого підбору параметрів у програмних засобах валідації моделей поширення акустичних хвиль.

Ключові слова: валідація математичних моделей, поширення акустичних хвиль, дискретна модель, параметри моделі, область допустимих параметрів, чисельна коректність, ресурсна здійсненність, метрика точності, самоузгодженість, алгоритм відбору конфігурацій.

© О. О. Гейко, І. А. Варав, А. В. Вдовина, Г. С. Пуха, 2026

Вступ

Чисельне моделювання поширення акустичних хвиль є важливим інструментом дослідження фізичних процесів у складних середовищах, зокрема в задачах гідроакустики, моніторингу, аналізу сигналів та розроблення програмно-апаратних комплексів. У таких системах математична модель використовується не лише для відтворення хвильових процесів, а й для підтримки прийняття рішень щодо параметрів середовища, джерела випромінювання, розташування приймачів та характеристик сигналу. Тому, практична цінність моделі визначається не самим фактом отримання чисельного розв'язку, а його здатністю достатньо точно відтворювати результати натурних вимірювань за прийнятних витрат часу та пам'яті.

Актуальність дослідження зумовлена тим, що параметри дискретної моделі істотно впливають як на точність результатів, так і на ресурсну вартість обчислень. Зменшення просторового або часового кроку, уточнення граничних умов, збільшення розмірності розрахункової області чи використання більш жорстких параметрів поглинальних шарів можуть підвищувати якість моделювання, однак водночас призводять до збільшення часу виконання та потреби в оперативній пам'яті. У протилежному випадку надто груба дискретизація може зменшити обчислювальні витрати, але спричинити чисельну дисперсію, нестійкість, паразитні відбиття або інші спотворення, які роблять результати непридатними для коректної валідації.

У сучасних підходах до верифікації та валідації чисельних моделей значну увагу приділяють зіставленню результатів моделювання з еталонними або експериментальними даними за допомогою метрик похибки, зокрема MSE, MAE, NMAE та інших нормованих показників [5], [11], [12]. Разом із тим сам факт використання метрик точності не розв'язує задачу вибору параметрів моделі, оскільки в реальних програмно-апаратних комплексах модель має бути не лише точною, а й обчислювально здійсненою. Це особливо важливо для серійних прогонів, параметричних досліджень і повторюваних процедур валідації, де ручний підбір конфігурацій є недостатньо відтворюваним і може призводити до суб'єктивних висновків.

Отже, виникає потреба у формалізованому методі, який дозволяє визначати не одну випадково обрану конфігурацію моделі, а область допустимих параметрів, у межах якої одночасно виконуються вимоги чисельної коректності, ресурсної здійсненності та достатньої точності відносно натурних даних. Такий підхід дає змогу перейти від ручного налаштування моделі до систематичного відбору конфігурацій за каскадом формальних критеріїв, що підвищує відтворюваність, прозорість та практичну придатність процедури валідації.

Постановка проблеми

Валідація дискретних математичних моделей поширення акустичних хвиль за даними натурних вимірювань ускладнюється тим, що результати моделювання суттєво залежать від вибору конфігурації параметрів. До таких параметрів належать як чисельні параметри дискретизації та граничних умов, так і параметри постановки задачі, що визначають умови випромінювання та приймання сигналу. Для більшості класів задач підвищення точності досягається ціною зростання обчислювальних витрат, тому практичне використання моделі зазвичай відбувається в умовах компромісу між точністю та ресурсною здійсненністю. У зв'язку з цим постає необхідність у формальному алгоритмі, який дозволяє системно відбирати конфігурації параметрів, відсіюючи чисельно некоректні та ресурсно неприйнятні варіанти і залишаючи лише ті, що забезпечують заданий рівень точності відносно експериментальних даних. Метою цієї роботи є формальний опис алгоритму послідовного відсіву конфігурацій параметрів, який за наперед заданими порогами точності та ресурсними обмеженнями формує область допустимих значень параметрів моделі та створює основу для подальшого вибору прийнятної конфігурації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Підходи до валідації чисельних моделей за натурними вимірюваннями традиційно спираються на порівняння вихідних сигналів моделі з еталонними даними за допомогою метрик похибки, зокрема середньоквадратичної похибки (MSE) та похідних нормованих показників [5]. Використання таких метрик дозволяє формально оцінювати якість відтворення експерименту, однак саме по собі не розв'язує практичну проблему вибору параметрів моделі, оскільки підвищення точності зазвичай потребує уточнення дискретизації та ускладнення чисельної постановки, що призводить до зростання обчислювальних витрат; подібні компроміси між точністю та складністю обробки сигналів широко розглядаються в літературі з цифрової обробки сигналів [1], [2]. У задачах поширення акустичних хвиль додатково впливають фактори, пов'язані з багатоприменевістю та варіативністю акустичного поля, а також з шумами вимірювання та флуктуаціями фонових шумів, через що вимоги до відтворюваності процедури оцінювання та стабільності результатів стають критичними [6]–[10]. Тому, у прикладних дослідженнях доцільним є підхід black-box, коли чисельний розв'язувач розглядається як незмінний модуль, а оцінювання якості здійснюється через серії контрольованих прогонів із фіксацією конфігурацій, метрик та ресурсів (runtime/пам'ять) у протоколі або базі даних [11], [12]. Разом із цим, багато наявних реалізацій на практиці зводять налаштування моделі до ручного підбору або вузькоспеціалізованих процедур для окремих постановок і не дають уніфікованого механізму визначення області значень параметрів, у якій модель одночасно є чисельно коректною, ресурсно здійсненою та достатньо точною за визначеними метриками. Отже, актуальною є формалізація алгоритму, який поєднує метрики точності з обмеженнями на ресурси та критеріями чисельної коректності, забезпечуючи відтворюваний відбір конфігурацій і можливість подальшого аналізу структури множини прийнятних параметрів [11], [12].

Мета і задачі дослідження

Метою статті є формальний опис методу визначення параметрів та області їх значень для математичної моделі поширення акустичних хвиль, які забезпечують необхідну точність за заданими метриками за умови досягнення чисельної коректності та ресурсної здійсненності, а також подання алгоритму його реалізації у вигляді послідовності процедур відсіву конфігурацій параметрів і формування множини прийнятних рішень.

Результати дослідження

1. Тракткування корисності моделі як області параметричного простору за фіксованих обмежень

У задачах реалізації гідроакустичних чисельних моделей у складі програмно-апаратних комплексів ключовим фактором стає не лише здатність моделі відтворювати хвильові процеси, а й її обчислювальна доцільність у межах наявних ресурсів. У зв'язку з цим доцільно трактувати корисність моделі не як глобальну властивість, а як властивість обмеженої області параметричного простору, визначеної фіксованими програмно-апаратними обмеженнями (час виконання, доступна пам'ять) та вимогами до коректності/стабільності обчислень.

Модель розглядається у black-box постановці [2]: внутрішній алгоритм і структура не змінюються, а керування здійснюється лише через вибір параметрів. Параметричний простір задається дискретно як множина потенційних конфігурацій (параметрів):

$$\theta = \{\theta_l\}_{l=1}^L, \quad (1)$$

де θ_l – один набір параметрів, що включає просторові та часові кроки Δx (м), Δt (с), частотні налаштування, тип граничних умов тощо, l - індекс конфігурації, $L = |\Theta|$ - кількість конфігурацій.

Нехай φ – вектор параметрів сценарію/експерименту (геометрія акваторії, профілі середовища, частота/амплітуда джерела, відстань джерело–приймач тощо), які не оптимізуються.

Нехай θ – вектор чисельних параметрів FDTD (наприклад, Δx , параметри/товщина PML, правило вибору Δt за CFL).

Тоді область корисних параметрів задається як $\Omega(\varphi)$ – область допустимих θ для фіксованого сценарію φ .

Параметри сценарію φ (частота, параметри середовища, параметри джерела) можуть бути неперервними за фізичним змістом, але в методі задаються з дискретних наборів. Параметри чисельної схеми θ (Δx , Δt , PML, тип граничних умов) є керованими налаштуваннями моделі.

2. Обмеження чисельної коректності (апріорний фільтр)

Для уникнення запусків у некоректних режимах вводиться перевірка чисельної коректності параметрів (узгодженість кроків, стабільність схеми, умови дискретизації тощо). Це оформлюється індикатором:

$$I_{num}(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta \text{ задовольняє чисельні умови} \\ 0, & \text{інакше} \end{cases} \quad (2)$$

Кандидати з $I_{num}(\theta) = 0$ відкидаються до запуску моделі, що зменшує кількість дорогих обчислень та забезпечує відтворюваність процедури.

3. Обмеження програмно-апаратної здійсненності (вимірювання ресурсів)

Для кожної конфігурації θ (яка пройшла чисельний фільтр) виконується запуск black-box моделі та фіксуються ресурси:

- $T(\theta)$ – час виконання розрахунку (с);
- $Mem(\theta)$ – пікове споживання пам'яті (байт).

Вводиться індикатор ресурсної здійсненності за заданих лімітів T_{max} , Mem_{max} :

$$I_{hw}(\theta) = \begin{cases} 1, & T(\theta) \leq T_{max} \wedge Mem(\theta) \leq Mem_{max} \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (3)$$

Такий критерій безпосередньо пов'язує корисність моделі з реальними можливостями обчислювальної платформи.

4. Метрики точності та критерій прийнятності

Множина контрольних просторових точок R визначає положення приймачів (гідроакустичних сенсорів) у тривимірному просторі та описується координатами (x, y, z) , тобто $R \subset \mathbb{R}^3$. Для розглянутого натурального експерименту глибина встановлення приймача є сталою $z = z_0$, однак у загальному випадку метод не обмежується фіксованою глибиною.

Нехай для кожної конфігурації параметрів $\theta \in \Theta$ модель формує вихідні дані $y_{mod}(t, r, \theta)$ у множині контрольних точок/станцій $r \in R$ на часовому інтервалі $t \in [0, T]$. Для оцінки точності вводяться еталонні дані $y_{ref}(t, r)$, які можуть відповідати натурним вимірюванням або референсному (більш точному) чисельному розрахунку.

Визначимо похибку:

$$e(t, r, \theta) = y_{mod}(t, r, \theta) - y_{ref}(t, r). \quad (4)$$

В якості метрики точності використовується узагальнена метрика M (наприклад, MSE/MAE/NMAE).

Поріг δ_{MSE} задається вимогами задачі або визначається на підставі експериментальних даних. Вводимо індикатор точності за цим порогом:

$$I_{acc}(\theta) = \begin{cases} 1, & MSE(\theta) \leq \delta_{MSE}, \\ 0, & MSE(\theta) > \delta_{MSE}. \end{cases} \quad (5)$$

5. Критерій самоузгодженості результатів

На практиці, окрім метрик точності відносно еталону, доцільно застосовувати додатковий контроль стабільності розрахунків шляхом порівняння базового та контрольного обчислювальних запусків, що виконуються з підвищеною чисельною точністю (наприклад, зі зменшеним кроком сітки або часу) [1].

Щоб область допустимих параметрів не зводилась лише до “вкладається в час/пам’ять”, додатково вводиться критерій збіжності результату. Ідея полягає в тому, що коректна конфігурація θ має давати результат, який слабо змінюється при переході до “контрольної” (уточненої або альтернативної) конфігурації θ^+ , що має вищу чисельну точність або кращі умови (наприклад: дрібніша сітка/крок часу, інший спосіб узгодження частот або інший тип граничних умов при достатньо віддалених межах). Така пара (θ, θ^+) задається правилом побудови контрольного запуску.

Нехай з виходу моделі формується порівнювана ознака (наприклад, амплітуда на заданій частоті або інший узгоджений показник) у R контрольних точках. Позначимо $A(\theta, r)$ - значення ознаки у точці r . Тоді міра самоузгодженості задається дискретною сумою:

$$E_{sc}(\theta) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R (A(\theta, r) - A(\theta^+, r))^2. \quad (6)$$

Показник $E_{sc}(\theta)$ не використовується як цільова функція оптимізації. У межах роботи він застосовується як пороговий критерій для відсіювання режимів, у яких результат суттєво змінюється при контрольній зміні постановки.

Вводимо додатковий фільтр за порогом δ :

$$I_{sc}(\theta) = \begin{cases} 1, & E_{sc}(\theta) \leq \delta \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (7)$$

Критерій стабільності є додатковим шаром перевірки. Його поява корисна саме тоді, коли потрібно відсіяти режими, коли результат має високу варіативність (дисперсію) при контрольній зміні постановки. Цей критерій може бути або розвинений (аналіз вибору θ^+ , порогу δ , типу ознак), або використаний як опційний фільтр.

6. Область корисних (обчислювально доцільних) параметрів

Область корисних параметрів визначається як множина конфігурацій, що одночасно є чисельно коректними, ресурсно здійсненими та стабільними:

$$\Omega = \{\theta \in \Theta \mid I_{num}(\theta) = 1 \wedge I_{hw}(\theta) = 1 \wedge I_{acc}(\theta) = 1 \wedge (I_{sc}(\theta) = 1)\} \quad (8)$$

Розмір області $|\Omega|$ визначається як кількість конфігурацій $\theta \in \Theta$, для яких одночасно виконуються умови коректності, ресурсної здійсненності та стабільності.

$$|\Omega| = \sum_{\theta \in \Theta} 1\{\theta \in \Omega\}. \quad (9)$$

За потреби виділяється підобласть $\Omega_{sc} \subseteq \Omega$, для якої виконується критерій самоузгодженості.

Процедура перевірки є багатошаровою (послідовні фільтри): коректність \rightarrow ресурси \rightarrow точність \rightarrow (за вимогою користувача) стабільність.

Для наочності послідовність етапів алгоритму автоматизованого відбору конфігурацій та формування області допустимих параметрів Ω подано у вигляді UML діаграми діяльності. На діаграмі відображено основний потік виконання та умовні переходи між етапами чисельного фільтра, ресурсного фільтра, оцінювання точності та (за потреби) перевірки самоузгодженості. UML діаграму діяльності алгоритму наведено на рис. 1.

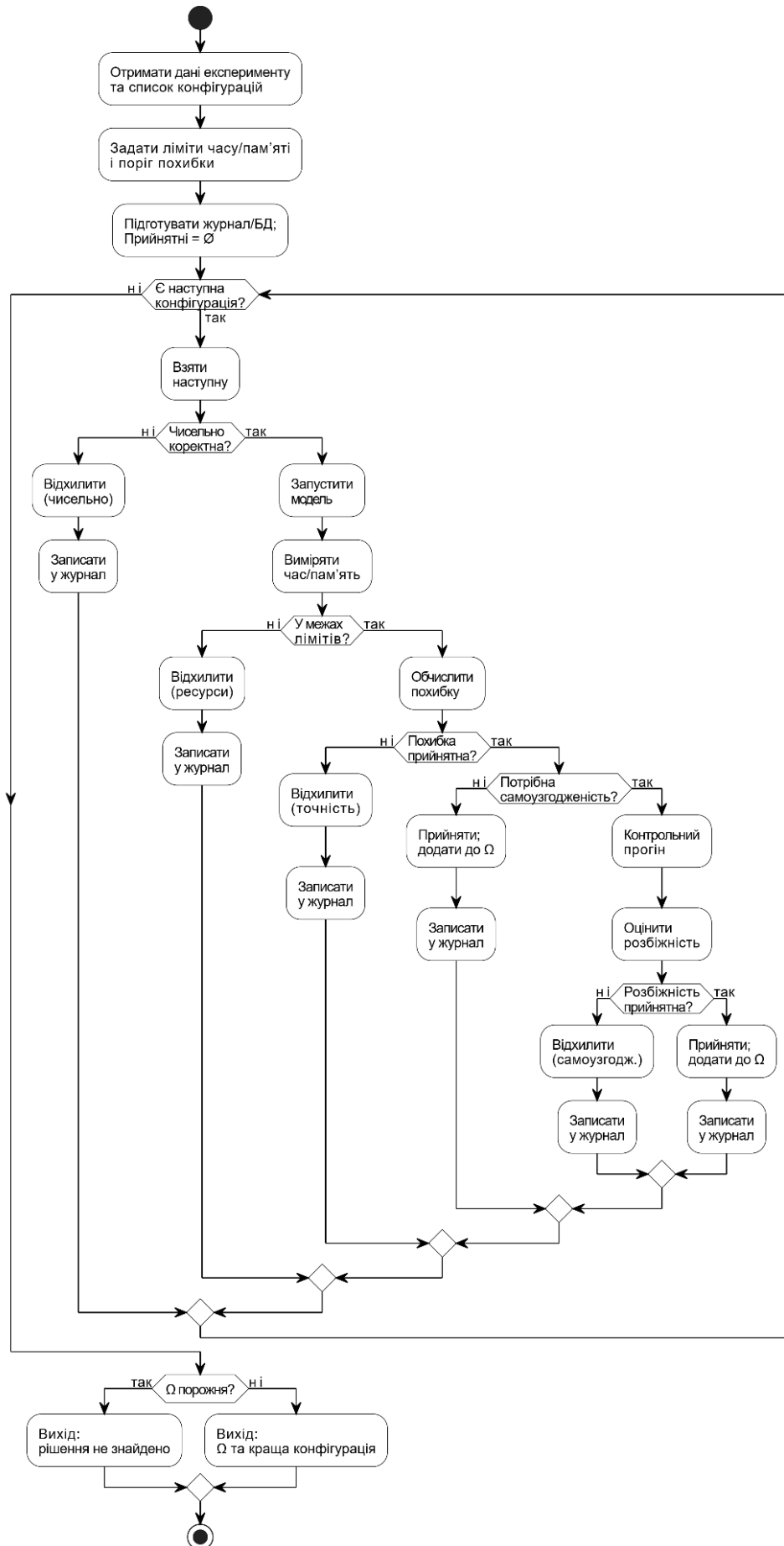


Рис. 1. UML діаграма діяльності алгоритму визначення області допустимих параметрів Ω

Висновки та перспективи подальших досліджень

У роботі формально описано метод визначення параметрів та області їх значень для чисельної моделі поширення акустичних хвиль, який забезпечує необхідну точність за визначеними метриками при дотриманні вимог чисельної коректності та ресурсної здійсненності. Метод реалізовано у вигляді алгоритму послідовного відбору конфігурацій параметрів, що виконує систематичний відсів некоректних, ресурсно неприйнятних та недостатньо точних конфігурацій і формує область допустимості як множину конфігурацій, придатних для валідації за натурними даними в умовах обмежених обчислювальних ресурсів. Запропонована процедура забезпечує відтворюваність і інтерпретованість результатів завдяки фіксації причин відхилення конфігурацій та протоколюванню отриманих метрик, і вимірних ресурсів, а за потреби може доповнюватися перевіркою самоузгодженості результатів через контрольний прогін підвищеної точності. Подальші дослідження доцільно спрямувати на розширення правил формування простору конфігурацій параметрів, адаптивне налаштування порогів метрик залежно від класу задач і якості натурних даних, а також на автоматизований аналіз структури сформованої області допустимості для виділення стійких підобластей корисності та прискорення подальших циклів валідації.

Внесок авторів

Олег ГЕЙКО - концептуалізація дослідження, постановка задачі, розроблення методу вибору параметрів моделі, формалізація критеріїв чисельної коректності, ресурсної здійсненності та точності, підготовка основного тексту статті; Іван ВАРАВА - наукове керівництво, методологічне обґрунтування дослідження, аналіз коректності запропонованого підходу, редагування та критичний перегляд змісту статті; Анастасія ВДОВИНА - аналіз літературних джерел, підготовка огляду останніх досліджень і публікацій, участь у структуруванні матеріалу, перевірка узгодженості термінології та оформлення результатів; Геннадій ПУХА - аналіз практичної застосовності запропонованого методу для задач моделювання поширення акустичних хвиль, участь в інтерпретації прикладних аспектів ресурсної здійсненності та валідації чисельних конфігурацій.

Декларація про штучний інтелект

Під час підготовки дослідження інструменти штучного інтелекту не використовувалися. Автори несуть повну відповідальність за зміст статті, достовірність поданих результатів і дотримання принципів академічної доброчесності.

Конфлікт інтересів

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів та підтверджують, що під час підготовки цієї роботи не існувало жодних комерційних, фінансових чи інших взаємовідносин, які могли б бути розцінені як такі, що здатні вплинути на результати дослідження або їх інтерпретацію. Робота виконана відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних норм проведення наукових досліджень та вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

Список використаної літератури

1. Oppenheim A. V., Schaffer R. W., Buck J. R. *Discrete-Time Signal Processing*. 2nd ed. Upper Saddle River : Prentice Hall, 1999. P. 168.
2. Antoniou A. *Digital Signal Processing*. New York : McGraw-Hill, 2006. P. 830.
3. Cetin A. E., Gerek O. N., Yardimci Y. *Equiripple FIR filter design by the FFT algorithm // IEEE Signal Processing Magazine*. – 1997. – March. – P. 60–64.

4. Vargas-Rubio J. G., Santhanam B. *On the multiangle centered discrete fractional Fourier transform // IEEE Signal Processing Letters.* – 2005. – Vol. 12, no. 4. – P. 273–276.
5. Mean Squared Error (MSE) [Електронний ресурс] // *Probability Course.* – Режим доступу: <https://www.probabilitycourse.com>
6. Analysis of multipath acoustic field variability and coherence in the finale of broadband basin-scale transmissions in the North Pacific Ocean / J.A. Colosi et al. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 2005. Vol. 117, no. 3. P. 1538–1564.
7. Roux P., Sabra K.G., Kuperman W.A., Roux A. Ambient noise cross correlation in free space: Theoretical approach. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 2005. Vol. 117, no. 1. P. 79–84.
8. Sabra K.G., Roux P., Kuperman W.A. Emergence of the Green's function from the cross-correlation of ambient noise in an oceanic waveguide. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 2005. Vol. 118, no. 6. P. 3524–3531.
9. McDonald M.A., Hildebrand J.A., Wiggins S.W. Increases in deep ocean ambient noise in the Northeast Pacific west of San Nicolas Island, California. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 2006. Vol. 120, no. 2. P. 711–718.
10. Siderius M., Harrison C.H., Porter M.B. A passive fathometer for determining bottom depth and imaging seabed layering using ambient noise. *The Journal of the Acoustical Society of America.* 2006. Vol. 120, no. 3. P. 1315–1323.
11. Oberkampf W.L., Trucano T.G. Verification and validation in computational fluid dynamics. *Progress in Aerospace Sciences.* 2002. Vol. 38, no. 3. P. 209–272.
12. Sargent R.G. Verification and validation of simulation models. *Proceedings of the Winter Simulation Conference.* 2013.

O. Heiko, I. Varava, A. Vdovyna, H. Pukha

A METHOD FOR SELECTING MODEL PARAMETERS BASED ON ACCURACY AND COMPUTATIONAL FEASIBILITY CRITERIA

This paper provides a formal description of an algorithm for determining the feasible domain of admissible parameters for a discrete mathematical model of acoustic wave propagation in validation tasks based on field measurements. The key practical challenge addressed by the algorithm is the need to satisfy several requirements simultaneously: numerical correctness of the simulation, computational feasibility under limited resources, and sufficient agreement between simulation outputs and experimental observations according to a predefined accuracy metric. In typical validation workflows, increasing numerical resolution or model detail can improve accuracy, but it also increases runtime and memory consumption, which makes many configurations impractical for repeated runs and parameter studies. Therefore, a systematic and reproducible procedure is required to identify the set of parameter configurations that meets the target accuracy while remaining feasible on the available hardware.

The proposed algorithm is based on sequential selection (filtering) of parameter configurations according to a cascade of criteria. First, configurations are checked for numerical correctness to exclude those that violate stability or other validity conditions and may lead to non-physical results or divergence. Second, for configurations that pass the numerical filter, computational resources are measured (execution time and, if available, memory usage) and compared with predefined limits to ensure resource feasibility. Third, the accuracy of the model output is evaluated by comparing simulated signals with experimental measurements using a specified metric, and only configurations that satisfy the accuracy threshold are retained. If required, the algorithm includes an additional self-consistency verification step: the results of a candidate configuration are compared with a control

computation of higher numerical accuracy (e.g., using refined discretization) in order to reject configurations that do not demonstrate acceptable convergence.

As a result, the algorithm produces a set of admissible parameter configurations that simultaneously satisfies hardware constraints and provides the required accuracy, thereby forming a practical basis for reproducible and interpretable parameter selection in software tools for validation of acoustic wave propagation models.

Keywords: mathematical model validation, acoustic wave propagation, discrete model, model parameters, admissible parameter domain, numerical correctness, computational feasibility, accuracy metric, self-consistency, configuration selection algorithm.

Надійшла до редакції: 24.03.2026

Прийнята до друку: 12.05.2026

Опубліковано: 29.06.2026

© 2026 О. О. Гейко, І. А. Варава, А. В. Вдовина, Г. С. Пуха.

Цей матеріал ліцензовано за умовами CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>